

**МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«КУЗБАССКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННАЯ АКАДЕМИЯ»**

Утверждаю:

ректор



Ижмулкина Е.А.

«01» июня 2023 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ПО МАТЕМАТИКЕ  
(10-11 классы Профильный уровень)**

Кемерово 2023

## СОДЕРЖАНИЕ

---

<b>Пояснительная записка</b> . . . . .	4
Общая характеристика учебного предмета «Математика» . . . . .	4
Цели изучения учебного предмета «Математика» . . . . .	6
Место учебного предмета «Математика» в учебном плане . . . . .	8
<b>Планируемые результаты освоения учебного предмета «Математика»</b> . . . . .	9
Личностные результаты . . . . .	9
Мегапредметные результаты . . . . .	10
Предметные результаты . . . . .	13
<b>Рабочая программа учебного курса «Алгебра и начала математического анализа»</b> . . . . .	14
Цели изучения учебного курса . . . . .	14
Место учебного курса в учебном плане . . . . .	18
Планируемые предметные результаты освоения программы курса (по годам обучения) . . . . .	18
Содержание учебного курса (по годам обучения) . . . . .	23
Тематическое планирование учебного курса (по годам обучения) . . . . .	27
<b>Рабочая программа учебного курса «Геометрия»</b> .....	38
Цели изучения учебного курса.....	38
Место учебного курса в учебном плане.....	40
Планируемые предметные результаты освоения рабочей программы курса (по годам обучения).....	40
Содержание учебного курса (по годам обучения).....	43
Тематическое планирование учебного курса (по годам обучения).....	46
<b>Рабочая программа учебного курса «Вероятность и статистика»</b> .....	65
Цели изучения учебного курса . . . . .	65
Место учебного курса в учебном плане . . . . .	66
Планируемые предметные результаты освоения рабочей программы курса (по годам обучения) . . . . .	66
Содержание учебного курса (по годам обучения) . . . . .	68
Тематическое планирование учебного курса (по годам обучения) . . . . .	70

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

---

### ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА «МАТЕМАТИКА»

Рабочая программа по учебному предмету «Математика» углублённого уровня для обучающихся 10—11 классов разработана на основе Федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования, с учётом современных мировых требований, предъявляемых к математическому образованию, и традиций российского образования. Реализация программы обеспечивает овладение ключевыми компетенциями, составляющими основу для саморазвития и непрерывного образования, целостность общекультурного, личностного и познавательного развития личности обучающихся.

В рабочей программе учтены идеи и положения «Концепции развития математического образования в Российской Федерации». В соответствии с названием концепции математическое образование должно, в частности, решать задачу обеспечения необходимого стране числа выпускников, математическая подготовка которых достаточна для продолжения образования по различным направлениям, включая преподавание математики, математические исследования, работу в сфере информационных технологий и др., а также обеспечения для каждого обучающегося возможности достижения математической подготовки в соответствии с необходимым ему уровнем. Именно на решение этих задач нацелена рабочая программа углублённого уровня.

В эпоху цифровой трансформации всех сфер человеческой деятельности невозможно стать образованным современным человеком без хорошей математической подготовки. Это обусловлено тем, что в наши дни растёт число специальностей, связанных с непосредственным применением математики: и в сфере экономики, и в бизнесе, и в технологических областях, и даже в гуманитарных сферах. Таким образом, круг обучающихся, для которых математика становится значимым предметом, фундаментом образования, существенно расширяется. В него входят не только обучающиеся, планирующие заниматься творческой и исследовательской работой в области математики, информатики, физики, экономики и в других областях, но и те, кому математика нужна для использования в профессиях, не связанных непосредственно с ней.

Прикладная значимость математики обусловлена тем, что её предметом являются фундаментальные структуры нашего мира: пространственные формы и количественные отношения, функциональные зависимости и категории неопределённости, от простейших, усваиваемых в непосредственном опыте, до достаточно сложных, необходимых для развития научных и технологических идей. Без конкретных математических знаний затруднено понимание принципов устройства и использования современной техники, восприятие и интерпретация разнообразной социальной, экономической, политической информации, малоэффективна повседневная практическая деятельность. Во многих сферах профессиональной деятельности требуются умения выполнять расчёты, составлять алгоритмы, применять формулы, проводить геометрические измерения и построения, читать, обрабатывать, интерпретировать и представлять информацию в виде таблиц, диаграмм и графиков, понимать вероятностный характер случайных событий.

Одновременно с расширением сфер применения математики в современном обществе всё более важным становится математический стиль мышления, проявляющийся в определённых умственных навыках. В процессе изучения математики в арсенал приёмов и методов мышления человека естественным образом включаются индукция и дедукция, обобщение и конкретизация, анализ и синтез, классификация и систематизация, абстрагирование и аналогия. Объекты математических умозаключений, правила их конструирования раскрывают механизм логических построений, способствуют выработке умения формулировать, обосновывать и доказывать суждения, тем самым формируют логический стиль мышления. Ведущая роль принадлежит математике в формировании алгоритмической компетенции мышления и воспитании умений действовать по заданным алгоритмам, совершенствовать известные и конструировать новые. В процессе решения задач — основы для организации учебной деятельности на уроках математики — развиваются творческая и прикладная стороны мышления.

Обучение математике даёт возможность развивать у учащихся точную, рациональную и информативную речь, умение отбирать наиболее подходящие языковые, символические, графические средства для выражения суждений и наглядного их представления.

Необходимым компонентом общей культуры в современном толковании является общее знакомство с методами познания

действительности, представление о предмете и методе математики, его отличиях от методов естественных и гуманитарных наук, об особенностях применения математики для решения научных и прикладных задач. Таким образом, математическое образование вносит свой вклад в формирование общей культуры человека.

Изучение математики способствует эстетическому воспитанию человека, пониманию красоты и изящества математических рассуждений, восприятию геометрических форм, усвоению идеи симметрии.

## ЦЕЛИ ИЗУЧЕНИЯ УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА «МАТЕМАТИКА»

Приоритетными целями обучения математике в 10—11 классах на углублённом уровне продолжают оставаться:

- 6 формирование центральных математических понятий (число, величина, геометрическая фигура, переменная, вероятность, функция, производная, интеграл), обеспечивающих преемственность и перспективность математического образования обучающихся;
- 6 подведение учащихся на доступном для них уровне к осознанию взаимосвязи математики и окружающего мира, пониманию математики как части общей культуры человечества;
- 6 развитие интеллектуальных и творческих способностей учащихся, познавательной активности, исследовательских умений, критичности мышления, интереса к изучению математики;
- 6 формирование функциональной математической грамотности: умения распознавать математические аспекты в реальных жизненных ситуациях и при изучении других учебных предметов, проявления зависимостей и закономерностей, формулировать их на языке математики и создавать математические модели, применять освоенный математический аппарат для решения практико-ориентированных задач, интерпретировать и оценивать полученные результаты.

Основные линии содержания курса математики в 10—11 классах углублённого уровня: «Числа и вычисления», «Алгебра» («Алгебраические выражения», «Уравнения и неравенства»), «Начала математического анализа», «Геометрия» («Геометрические фигуры и их свойства», «Измерение геометрических величин»), «Вероятность и статистика». Данные линии развиваются параллельно, каждая в соответствии с собственной логикой, однако не независимо одна от другой, а в

тесном контакте и взаимодействии . Кроме этого, их объединяет логическая составляющая, традиционно присущая математике и пронизывающая все математические курсы и содержательные линии . Сформулированное в Федеральном государственном образовательном стандарте среднего общего образования требование «умение оперировать понятиями: определение, аксиома, теорема, следствие, свойство, признак, доказательство, равносильные формулировки; умение формулировать обратное и противоположное утверждение, приводить примеры и контрпримеры, использовать метод математической индукции; проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений» относится ко всем курсам, а формирование логических умений распределяется по всем годам обучения на уровне среднего общего образования .

## МЕСТО УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА «МАТЕМАТИКА» В УЧЕБНОМ ПЛАНЕ

В соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом среднего общего образования математика является обязательным предметом на данном уровне образования . Настоящей рабочей программой предусматривается изучение учебного предмета «Математика» в рамках трёх учебных курсов: «Алгебра и начала математического анализа», «Геометрия», «Вероятность и статистика» . Формирование логических умений осуществляется на протяжении всех лет обучения в старшей школе, а элементы логики включаются в содержание всех названных выше курсов .

В учебном плане на изучение математики в 10—11 классах на углублённом уровне отводится 8 учебных часов в неделю в течение каждого года обучения, всего 560 учебных часов .

Тематическое планирование учебных курсов и рекомендуемое распределение учебного времени для изучения отдельных тем, предложенные в настоящей программе, надо рассматривать как примерные ориентиры в помощь составителю авторской рабочей программы, и прежде всего учителю . Автор рабочей программы вправе увеличить или уменьшить предложенное число учебных часов на тему, чтобы углубиться в тематику, заинтересовавшую обучающихся, или направить усилия на преодоление затруднений . Допустимо также локальное перераспределение и перестановка элементов содержания курса внутри данного класса .

Количество проверочных работ (тематический и итоговый контроль качества усвоения учебного материала) и их тип (самостоятельные и контрольные работы, тесты) остаются на усмотрение учителя .

Также учитель вправе увеличить или уменьшить число учебных часов, отведённых в рабочей программе на обобщение, повторение, систематизацию знаний обучающихся . Единственным, но принципиально важным критерием является достижение результатов обучения, указанных в настоящей программе .

## ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА «МАТЕМАТИКА»

---

Освоение учебного предмета «Математика» должно обеспечивать достижение на уровне среднего общего образования следующих личностных, метапредметных и предметных образовательных результатов:

### ЛИЧНОСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Личностные результаты освоения программы учебного предмета «Математика» характеризуются:

#### ***Гражданское воспитание:***

сформированностью гражданской позиции обучающегося как активного и ответственного члена российского общества, представлением о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (выборы, опросы и пр.), умением взаимодействовать с социальными институтами в соответствии с их функциями и назначением.

#### ***Патриотическое воспитание:***

сформированностью российской гражданской идентичности, уважения к прошлому и настоящему российской математики, ценностным отношением к достижениям российских математиков и российской математической школы, к использованию этих достижений в других науках, технологиях, сферах экономики.

#### ***Духовно-нравственное воспитание:***

осознанием духовных ценностей российского народа; сформированностью нравственного сознания, этического поведения, связанного с практическим применением достижений науки и деятельностью учёного; осознанием личного вклада в построение устойчивого будущего.

#### ***Эстетическое воспитание:***

эстетическим отношением к миру, включая эстетику математических закономерностей, объектов, задач, решений, рассуждений; восприимчивостью к математическим аспектам различных видов искусства.

#### ***Физическое воспитание:***

сформированностью умения применять математические знания в интересах здорового и безопасного образа жизни, ответ-

ственного отношения к своему здоровью (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность); физического совершенствования при занятиях спортивно-оздоровительной деятельностью.

***Трудовое воспитание:***

готовностью к труду, осознанием ценности трудолюбия; интересом к различным сферам профессиональной деятельности, связанным с математикой и её приложениями, умением совершать осознанный выбор будущей профессии и реализовывать собственные жизненные планы; готовностью и способностью к математическому образованию и самообразованию на протяжении всей жизни; готовностью к активному участию в решении практических задач математической направленности.

***Экологическое воспитание:***

сформированностью экологической культуры, пониманием влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды, осознанием глобального характера экологических проблем; ориентацией на применение математических знаний для решения задач в области окружающей среды, планирования поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды.

***Ценности научного познания:***

сформированностью мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, пониманием математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации; овладением языком математики и математической культурой как средством познания мира; готовностью осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе.

## **МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ**

Метапредметные результаты освоения программы учебного предмета «Математика» характеризуются овладением *универсальными познавательными действиями, универсальными коммуникативными действиями, универсальными регулятивными действиями.*

1) *Универсальные познавательные действия, обеспечивающие формирование базовых когнитивных процессов обучающихся (освоение методов познания окружающего мира; при-*

*менение логических, исследовательских операций, умений работать с информацией).*

***Базовые логические действия:***

- 6 выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями; формулировать определения понятий; устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;
- 6 воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие; условные;
- 6 выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях; предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;
- 6 делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;
- 6 проводить самостоятельно доказательства математических утверждений (прямые и от противного), выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры; обосновывать собственные суждения и выводы;
- 6 выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

***Базовые исследовательские действия:***

- 6 использовать вопросы как исследовательский инструмент познания; формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;
- 6 проводить самостоятельно спланированный эксперимент, исследование по установлению особенностей математического объекта, явления, процесса, выявлению зависимостей между объектами, явлениями, процессами;
- 6 самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;
- 6 прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

### ***Работа с информацией:***

- 6 выявлять дефициты информации, данных, необходимых для ответа на вопрос и для решения задачи;
- 6 выбирать информацию из источников различных типов, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;
- 6 структурировать информацию, представлять её в различных формах, иллюстрировать графически;
- 6 оценивать надёжность информации по самостоятельно сформулированным критериям .

2) *Универсальные коммуникативные действия, обеспечивают сформированность социальных навыков обучающихся .*

### ***Общение:***

- 6 воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения; ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;
- 6 в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения; сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций; в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;
- 6 представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта; самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории .

### ***Сотрудничество:***

- 6 понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных задач; принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы; обобщать мнения нескольких людей;
- 6 участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнениями, «мозговые штурмы» и т .п .); выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды; оценивать качество своего вклада в общий

продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодействия .

3) *Универсальные регулятивные действия, обеспечивают формирование смысловых установок и жизненных навыков личности.*

**Самоорганизация:**

- 6 составлять план, алгоритм решения задачи, выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации .

**Самоконтроль:**

- 6 владеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов; владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;
- 6 предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, данных, найденных ошибок, выявленных трудностей;
- 6 оценивать соответствие результата цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения результатов деятельности, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту .

## ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Предметные результаты освоения рабочей программы по математике представлены по годам обучения в рамках отдельных курсов в соответствующих разделах настоящей Программы .

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОГО КУРСА «АЛГЕБРА И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА»

---

### ЦЕЛИ ИЗУЧЕНИЯ УЧЕБНОГО КУРСА

Курс «Алгебра и начала математического анализа» является одним из наиболее значимых в программе старшей школы, поскольку, с одной стороны, он обеспечивает инструментальную базу для изучения всех естественнонаучных курсов, а с другой стороны, формирует логическое и абстрактное мышление учащихся на уровне, необходимом для освоения информатики, обществознания, истории, словесности и других дисциплин. В рамках данного курса учащиеся овладевают универсальным языком современной науки, которая формулирует свои достижения в математической форме.

Курс алгебры и начал математического анализа закладывает основу для успешного овладения законами физики, химии, биологии, понимания основных тенденций развития экономики и общественной жизни, позволяет ориентироваться в современных цифровых и компьютерных технологиях, уверенно использовать их для дальнейшего образования и в повседневной жизни. В то же время овладение абстрактными и логически строгими конструкциями алгебры и математического анализа развивает умение находить закономерности, обосновывать истинность, доказывать утверждения с помощью индукции и рассуждать дедуктивно, использовать обобщение и конкретизацию, абстрагирование и аналогию, формирует креативное и критическое мышление.

В ходе изучения курса «Алгебра и начала математического анализа» учащиеся получают новый опыт решения прикладных задач, самостоятельного построения математических моделей реальных ситуаций, интерпретации полученных решений, знакомятся с примерами математических закономерностей в природе, науке и искусстве, с выдающимися математическими открытиями и их авторами.

Курс обладает значительным воспитательным потенциалом, который реализуется как через учебный материал, способствующий формированию научного мировоззрения, так и через специфику учебной деятельности, требующей продолжительной концентрации внимания, самостоятельности, аккуратности и ответственности за полученный результат.

В основе методики обучения алгебре и началам математического анализа лежит деятельностный принцип обучения .

В структуре курса «Алгебра и начала математического анализа» можно выделить следующие содержательно-методические линии: «Числа и вычисления», «Функции и графики», «Уравнения и неравенства», «Начала математического анализа», «Множества и логика» . Все основные содержательно-методические линии изучаются на протяжении двух лет обучения в старшей школе, естественно дополняя друг друга и постепенно насыщаясь новыми темами и разделами . Можно с уверенностью сказать, что данный курс является интегративным, поскольку объединяет в себе содержание нескольких математических дисциплин, таких как алгебра, тригонометрия, математический анализ, теория множеств, математическая логика и др . По мере того как учащиеся овладевают всё более широким математическим аппаратом, у них последовательно формируется и совершенствуется умение строить математическую модель реальной ситуации, применять знания, полученные при изучении курса, для решения самостоятельно сформулированной математической задачи, а затем интерпретировать свой ответ .

Содержательно-методическая линия «Числа и вычисления» завершает формирование навыков использования действительных чисел, которое было начато в основной школе . В старшей школе особое внимание уделяется формированию навыков рациональных вычислений, включающих в себя использование различных форм записи числа, умение делать прикидку, выполнять приближённые вычисления, оценивать числовые выражения, работать с математическими константами . Знакомые учащимся множества натуральных, целых, рациональных и действительных чисел дополняются множеством комплексных чисел . В каждом из этих множеств рассматриваются свойственные ему специфические задачи и операции: деление нацело, оперирование остатками на множестве целых чисел; особые свойства рациональных и иррациональных чисел; арифметические операции, а также извлечение корня натуральной степени на множестве комплексных чисел . Благодаря последовательному расширению круга используемых чисел и знакомству с возможностями их применения для решения различных задач формируется представление о единстве математики как науки и её роли в построении моделей реального мира; широко используются обобщение и конкретизация .

Линия «Уравнения и неравенства» реализуется на протяжении всего обучения в старшей школе, поскольку в каждом разделе Программы предусмотрено решение соответствующих задач. В результате учащиеся овладевают различными методами решения рациональных, иррациональных, показательных, логарифмических и тригонометрических уравнений, неравенств и систем, а также задач, содержащих параметры. Полученные умения широко используются при исследовании функций с помощью производной, при решении прикладных задач и задач на нахождение наибольших и наименьших значений функции. Данная содержательная линия включает в себя также формирование умений выполнять расчёты по формулам, преобразования рациональных, иррациональных и тригонометрических выражений, а также выражений, содержащих степени и логарифмы. Благодаря изучению алгебраического материала происходит дальнейшее развитие алгоритмического и абстрактного мышления учащихся, формируются навыки дедуктивных рассуждений, работы с символьными формами, представления закономерностей и зависимостей в виде равенств и неравенств. Алгебра предлагает эффективные инструменты для решения практических и естественнонаучных задач, наглядно демонстрирует свои возможности как языка науки.

Содержательно-методическая линия «Функции и графики» тесно переплетается с другими линиями курса, поскольку в каком-то смысле задаёт последовательность изучения материала. Изучение степенной, показательной, логарифмической и тригонометрических функций, их свойств и графиков, использование функций для решения задач из других учебных предметов и реальной жизни тесно связано как с математическим анализом, так и с решением уравнений и неравенств. При этом большое внимание уделяется формированию умения выражать формулами зависимости между различными величинами, исследовать полученные функции, строить их графики. Материал этой содержательной линии нацелен на развитие умений и навыков, позволяющих выражать зависимости между величинами в различной форме: аналитической, графической и словесной. Его изучение способствует развитию алгоритмического мышления, способности к обобщению и конкретизации, использованию аналогий.

Содержательная линия «Начала математического анализа» позволяет существенно расширить круг как математических, так и прикладных задач, доступных школьникам, так как у них появляется возможность строить графики сложных функций,

определять их наибольшие и наименьшие значения, вычислять площади фигур и объёмы тел, находить скорости и ускорения процессов . Данная содержательная линия открывает новые возможности построения математических моделей реальных ситуаций, позволяет находить наилучшее решение в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах . Знакомство с основами математического анализа способствует развитию абстрактного, формально-логического и креативного мышления, формированию умений распознавать проявления законов математики в науке, технике и искусстве . Учащиеся узнают о выдающихся результатах, полученных в ходе развития математики как науки, и об их авторах .

Содержательно-методическая линия «Множества и логика» включает в себя элементы теории множеств и математической логики . Теоретико-множественные представления пронизывают весь курс школьной математики и предлагают наиболее универсальный язык, объединяющий все разделы математики и её приложений, они связывают разные математические дисциплины и их приложения в единое целое . Поэтому важно дать возможность школьнику понимать теоретико-множественный язык современной математики и использовать его для выражения своих мыслей . Другим важным признаком математики как науки следует признать свойственную ей строгость обоснований и следование определённым правилам построения доказательств . Знакомство с элементами математической логики способствует развитию логического мышления учащихся, позволяет им строить свои рассуждения на основе логических правил, формирует навыки критического мышления .

В курсе «Алгебра и начала математического анализа» присутствуют основы математического моделирования, которые призваны способствовать формированию навыков построения моделей реальных ситуаций, исследования этих моделей с помощью аппарата алгебры и математического анализа, интерпретации полученных результатов . Такие задания вплетены в каждый из разделов Программы, поскольку весь материал курса широко используется для решения прикладных задач . При решении реальных практических задач учащиеся развивают наблюдательность, умение находить закономерности, абстрагироваться, использовать аналогию, обобщать и конкретизировать проблему . Деятельность по формированию навыков решения прикладных задач организуется в процессе изучения всех тем курса «Алгебра и начала математического анализа» .

## МЕСТО УЧЕБНОГО КУРСА В УЧЕБНОМ ПЛАНЕ

Согласно учебному плану в 10—11 классах изучается учебный курс «Алгебра и начала математического анализа», который включает в себя следующие основные разделы содержания: «Числа и вычисления», «Уравнения и неравенства», «Функции и графики», «Начала математического анализа», «Множества и логика».

В учебном плане на изучение углублённого курса алгебры и начал математического анализа в 10—11 классах отводится не менее 4 учебных часов в неделю в течение каждого года обучения, всего за два года обучения — не менее 280 учебных часов.

## ПЛАНИРУЕМЫЕ ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ КУРСА (ПО ГОДАМ ОБУЧЕНИЯ)

Освоение учебного курса «Алгебра и начала математического анализа» на уровне среднего общего образования должно обеспечивать достижение следующих предметных образовательных результатов:

### 10 класс

#### *Числа и вычисления*

- 6 Свободно оперировать понятиями: рациональное число, бесконечная периодическая дробь, проценты; иррациональное число; множества рациональных и действительных чисел; модуль действительного числа.
- 6 Применять дроби и проценты для решения прикладных задач из различных отраслей знаний и реальной жизни.
- 6 Применять приближённые вычисления, правила округления, прикидку и оценку результата вычислений.
- 6 Свободно оперировать понятием: степень с целым показателем; использовать подходящую форму записи действительных чисел для решения практических задач и представления данных.
- 6 Свободно оперировать понятием: арифметический корень натуральной степени.
- 6 Свободно оперировать понятием: степень с рациональным показателем.
- 6 Свободно оперировать понятиями: логарифм числа; десятичные и натуральные логарифмы.

- 6 Свободно оперировать понятиями: синус, косинус, тангенс, котангенс числового аргумента .
- 6 Оперировать понятиями: арксинус, арккосинус и арктангенс числового аргумента .

### *Уравнения и неравенства*

- 6 Свободно оперировать понятиями: тождество, уравнение, неравенство, равносильные уравнения и уравнения-следствия; равносильные неравенства .
- 6 Применять различные методы решения рациональных и дробно-рациональных уравнений; применять метод интервалов для решения неравенств .
- 6 Свободно оперировать понятиями: многочлен от одной переменной; многочлен с целыми коэффициентами, корни многочлена; применять деление многочлена на многочлен с остатком, теорему Безу и теорему Виета для решения задач .
- 6 Свободно оперировать понятиями: система линейных уравнений, матрица, определитель матрицы  $2 \times 2$  и его геометрический смысл; использовать свойства определителя  $2 \times 2$  для вычисления его значения, применять определители для решения системы линейных уравнений; моделировать реальные ситуации с помощью системы линейных уравнений, исследовать построенные модели с помощью матриц и определителей, интерпретировать полученный результат .
- 6 Использовать свойства действий с корнями для преобразования выражений .
- 6 Выполнять преобразования числовых выражений, содержащих степени с рациональным показателем .
- 6 Использовать свойства логарифмов для преобразования логарифмических выражений .
- 6 Свободно оперировать понятиями: иррациональные, показательные и логарифмические уравнения; находить их решения с помощью равносильных переходов или осуществляя проверку корней .
- 6 Применять основные тригонометрические формулы для преобразования тригонометрических выражений .
- 6 Свободно оперировать понятием: тригонометрическое уравнение; применять необходимые формулы для решения основных типов тригонометрических уравнений .
- 6 Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять выражения, уравнения, неравенства по условию задачи,

исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры .

### ***Функции и графики***

- 6 Свободно оперировать понятиями: функция, способы задания функции; взаимно обратные функции, композиция функций; график функции; выполнять элементарные преобразования графиков функций .
- 6 Свободно оперировать понятиями: область определения и множество значений функции, нули функции, промежутки знакопостоянства .
- 6 Свободно оперировать понятиями: чётные и нечётные функции, периодические функции, промежутки монотонности функции, максимумы и минимумы функции, наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке .
- 6 Свободно оперировать понятиями: степенная функция с натуральным и целым показателем, график степенной функции с натуральным и целым показателем; график корня  $n$ -ой степени как функции обратной степени с натуральным показателем .
- 6 Оперировать понятиями: линейная, квадратичная и дробно-линейная функции; выполнять элементарное исследование и построение их графиков .
- 6 Свободно оперировать понятиями: показательная и логарифмическая функции, их свойства и графики; использовать их графики для решения уравнений .
- 6 Свободно оперировать понятиями: тригонометрическая окружность, определение тригонометрических функций числового аргумента .
- 6 Использовать графики функций для исследования процессов и зависимостей при решении задач из других учебных предметов и реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами .

### ***Начала математического анализа***

- 6 Свободно оперировать понятиями: арифметическая и геометрическая прогрессия, бесконечно убывающая геометрическая прогрессия; линейный и экспоненциальный рост, формула сложных процентов; иметь представление о константе  $e$  .
- 6 Использовать прогрессии для решения реальных задач прикладного характера .
- 6 Свободно оперировать понятиями: последовательность, способы задания последовательностей, монотонные и ограничен-

ные последовательности; понимать основы зарождения математического анализа как анализа бесконечно малых .

- 6 Свободно оперировать понятиями: непрерывные функции; точки разрыва графика функции; асимптоты графика функции .
- 6 Свободно оперировать понятием: функция, непрерывная на отрезке; применять свойства непрерывных функций для решения задач .
- 6 Свободно оперировать понятиями: первая и вторая производные функции, касательная к графику функции .
- 6 Вычислять производные суммы, произведения, частного и композиции двух функций; знать производные элементарных функций .
- 6 Использовать геометрический и физический смысл производной для решения задач .

### ***Множества и логика***

- 6 Свободно оперировать понятиями: множество, операции над множествами .
- 6 Использовать теоретико-множественный аппарат для описания реальных процессов и явлений, при решении задач из других учебных предметов .
- 6 Свободно оперировать понятиями: определение, теорема, уравнение-следствие, свойство математического объекта, доказательство, равносильные уравнения и неравенства .

## **11 класс**

### ***Числа и вычисления***

- 6 Свободно оперировать понятиями: натуральное и целое число, множества натуральных и целых чисел; использовать признаки делимости целых чисел, НОД и НОК натуральных чисел для решения задач, применять алгоритм Евклида .
- 6 Свободно оперировать понятием остатка по модулю; записывать натуральные числа в различных позиционных системах счисления .
- 6 Свободно оперировать понятиями: комплексное число и множество комплексных чисел; представлять комплексные числа в алгебраической и тригонометрической форме, выполнять арифметические операции с ними и изображать на координатной плоскости .

### ***Уравнения и неравенства***

- 6 Свободно оперировать понятиями: иррациональные, показательные и логарифмические неравенства; находить их решения с помощью равносильных переходов .
- 6 Осуществлять отбор корней при решении тригонометрического уравнения .
- 6 Свободно оперировать понятием тригонометрическое неравенство; применять необходимые формулы для решения основных типов тригонометрических неравенств .
- 6 Свободно оперировать понятиями: система и совокупность уравнений и неравенств; равносильные системы и системы следствия; находить решения системы и совокупностей рациональных, иррациональных, показательных и логарифмических уравнений и неравенств .
- 6 Решать рациональные, иррациональные, показательные, логарифмические и тригонометрические уравнения и неравенства, содержащие модули и параметры .
- 6 Применять графические методы для решения уравнений и неравенств, а также задач с параметрами .
- 6 Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат .

### ***Функции и графики***

- 6 Строить графики композиции функций с помощью элементарного исследования и свойств композиции двух функций .
- 6 Строить геометрические образы уравнений и неравенств на координатной плоскости .
- 6 Свободно оперировать понятиями: графики тригонометрических функций .
- 6 Применять функции для моделирования и исследования реальных процессов .

### ***Начала математического анализа***

- 6 Использовать производную для исследования функции на монотонность и экстремумы .
- 6 Находить наибольшее и наименьшее значения функции непрерывной на отрезке .
- 6 Использовать производную для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах, для определения скорости и ускорения процесса, заданного формулой или графиком .

- 6 Свободно оперировать понятиями: первообразная, определённый интеграл; находить первообразные элементарных функций и вычислять интеграл по формуле Ньютона — Лейбница .
- 6 Находить площади плоских фигур и объёмы тел с помощью интеграла .
- 6 Иметь представление о математическом моделировании на примере составления дифференциальных уравнений .
- 6 Решать прикладные задачи, в том числе социально-экономического и физического характера, средствами математического анализа .

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО КУРСА (ПО ГОДАМ ОБУЧЕНИЯ)

### 10 класс

#### *Числа и вычисления*

Рациональные числа . Обыкновенные и десятичные дроби, проценты, бесконечные периодические дроби . Применение дробей и процентов для решения прикладных задач из различных отраслей знаний и реальной жизни .

Действительные числа . Рациональные и иррациональные числа . Арифметические операции с действительными числами . Модуль действительного числа и его свойства . Приближённые вычисления, правила округления, прикидка и оценка результата вычислений .

Степень с целым показателем . Бином Ньютона . Использование подходящей формы записи действительных чисел для решения практических задач и представления данных .

Арифметический корень натуральной степени и его свойства .

Степень с рациональным показателем и её свойства; степень с действительным показателем .

Логарифм числа . Свойства логарифма . Десятичные и натуральные логарифмы .

Синус, косинус, тангенс, котангенс числового аргумента .

Арксинус, арккосинус и арктангенс числового аргумента .

#### *Уравнения и неравенства*

Тождества и тождественные преобразования . Уравнение, корень уравнения . Равносильные уравнения и уравнения-следствия . Неравенство, решение неравенства .

Основные методы решения целых и дробно-рациональных уравнений и неравенств . Многочлены от одной переменной . Деление многочлена на многочлен с остатком . Теорема Безу . Многочлены с целыми коэффициентами . Теорема Виета .

Преобразования числовых выражений, содержащих степени корни .

Иррациональные уравнения . Основные методы решения иррациональных уравнений .

Показательные уравнения . Основные методы решения показательных уравнений .

Преобразование выражений, содержащих логарифмы .

Логарифмические уравнения . Основные методы решения логарифмических уравнений .

Основные тригонометрические формулы . Преобразование тригонометрических выражений . Решение тригонометрических уравнений .

Решение систем линейных уравнений . Матрица системы линейных уравнений . Определитель матрицы  $2 \times 2$ , его геометрический смысл и свойства; вычисление его значения, применение определителя для решения системы линейных уравнений . Решение прикладных задач с помощью системы линейных уравнений . Исследование построенной модели с помощью матриц и определителей .

Построение математических моделей реальной ситуации с помощью уравнений и неравенств . Применение уравнений и неравенств к решению математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни .

### ***Функции и графики***

Функция, способы задания функции . Взаимно обратные функции . Композиция функций . График функции . Элементарные преобразования графиков функций .

Область определения и множество значений функции . Нули функции . Промежутки знакопостоянства . Чётные и нечётные функции . Периодические функции . Промежутки монотонности функции . Максимумы и минимумы функции . Наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке .

Линейная, квадратичная и дробно-линейная функции . Элементарное исследование и построение их графиков .

Степенная функция с натуральным и целым показателем . Её свойства и график . Свойства и график корня  $n$ -ой степени как функции обратной степени с натуральным показателем .

Показательная и логарифмическая функции, их свойства и графики . Использование графиков функций для решения уравнений .

Тригонометрическая окружность, определение тригонометрических функций числового аргумента .

Функциональные зависимости в реальных процессах и явлениях . Графики реальных зависимостей .

### *Начала математического анализа*

Последовательности, способы задания последовательностей . Метод математической индукции . Монотонные и ограниченные последовательности . История возникновения математического анализа как анализа бесконечно малых .

Арифметическая и геометрическая прогрессии . Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия . Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии . Линейный и экспоненциальный рост . Число  $e$  . Формула сложных процентов . Использование прогрессии для решения реальных задач прикладного характера .

Непрерывные функции и их свойства . Точки разрыва . Асимптоты графиков функций. Свойства функций непрерывных на отрезке . Метод интервалов для решения неравенств . Применение свойств непрерывных функций для решения задач .

Первая и вторая производные функции . Определение, геометрический и физический смысл производной . Уравнение касательной к графику функции .

Производные элементарных функций . Производная суммы, произведения, частного и композиции функций .

### *Множества и логика*

Множество, операции над множествами и их свойства . Диаграммы Эйлера — Венна . Применение теоретико-множественного аппарата для описания реальных процессов и явлений, при решении задач из других учебных предметов .

Определение, теорема, свойство математического объекта, следствие, доказательство, равносильные уравнения .

## **11 класс**

### *Числа и вычисления*

Натуральные и целые числа . Применение признаков делимости целых чисел, НОД и НОК, остатков по модулю, алгоритма Евклида для решения задач в целых числах .

Комплексные числа . Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексного числа . Арифметические операции с комплексными числами . Изображение комплексных чисел на координатной плоскости . Формула Муавра . Корни  $n$ -ой степени из комплексного числа . Применение комплексных чисел для решения физических и геометрических задач .

### ***Уравнения и неравенства***

Система и совокупность уравнений и неравенств . Равносильные системы и системы-следствия . Равносильные неравенства .

Отбор корней тригонометрических уравнений с помощью тригонометрической окружности . Решение тригонометрических неравенств .

Основные методы решения показательных и логарифмических неравенств .

Основные методы решения иррациональных неравенств . Основные методы решения систем и совокупностей рациональных, иррациональных, показательных и логарифмических уравнений .

Уравнения, неравенства и системы с параметрами . Применение уравнений, систем и неравенств к решению математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни, интерпретация полученных результатов .

### ***Функции и графики***

График композиции функций . Геометрические образы уравнений и неравенств на координатной плоскости .

Тригонометрические функции, их свойства и графики .

Графические методы решения уравнений и неравенств . Графические методы решения задач с параметрами .

Использование графиков функций для исследования процессов и зависимостей, которые возникают при решении задач из других учебных предметов и реальной жизни .

### ***Начала математического анализа***

Применение производной к исследованию функций на монотонность и экстремумы . Нахождение наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на отрезке .

Применение производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах, для определения скорости и ускорения процесса, заданного формулой или графиком .

Первообразная, основное свойство первообразных . Первообразные элементарных функций . Правила нахождения первообразных .

Интеграл . Геометрический смысл интеграла . Вычисление определённого интеграла по формуле Ньютона — Лейбница .

Применение интеграла для нахождения площадей плоских фигур и объёмов геометрических тел .

Примеры решений дифференциальных уравнений. Математическое моделирование реальных процессов с помощью дифференциальных уравнений .

## ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ УЧЕБНОГО КУРСА (ПО ГОДАМ ОБУЧЕНИЯ)

## 10 класс (не менее 140 часов)

Название раздела (темы) (количество часов)	Основное содержание раздела (темы)	Основные виды деятельности обучающихся
<p><b>Множество действительных чисел.</b>  <b>Многочлены.</b>  <b>Рациональные уравнения и неравенства.</b>  <b>Системы линейных уравнений</b>  <b>(28 ч)</b></p>	<p>Множество, операции над множествами и их свойства. Диаграммы Эйлера — Венна. Применение теоретико-множественного аппарата для решения задач.</p> <p>Рациональные числа. Обыкновенные и десятичные дроби, проценты, бесконечные периодические дроби. Применение дробей и процентов для решения прикладных задач.</p> <p>Действительные числа. Рациональные и иррациональные числа. Арифметические операции с действительными числами. Модуль действительного числа и его свойства. Приближённые вычисления, правила округления, прикидка и оценка результата вычислений.</p> <p>Основные методы решения целых и дробно-рациональных</p>	<p><b>Использовать</b> теоретико-множественный аппарат для описания хода решения математических задач, а также реальных процессов и явлений.</p> <p><b>Оперировать понятиями:</b> рациональное число, бесконечная периодическая дробь, проценты; иррациональное и действительное число; модуль действительного числа; <b>использовать</b> эти понятия при проведении рассуждений и доказательств, <b>применять</b> дроби и проценты для решения прикладных задач из различных отраслей знаний и реальной жизни.</p> <p><b>Использовать</b> приближённые вычисления, правила округления, прикидку и оценку результата вычислений.</p> <p><b>Применять</b> различные методы решения рациональных и дробно-рациональных уравнений; а также метод интервалов для решения неравенств.</p> <p><b>Оперировать понятиями</b> многочлен от одной переменной, его корни; <b>применять</b> деление многочлена на многочлен с остатком, теорему Безу и теорему Виета для решения задач.</p> <p><b>Оперировать понятиями:</b> система линейных уравнений, матрица, определитель матрицы.</p>

Название раздела (темы) (количество часов)	Основное содержание раздела (темы)	Основные виды деятельности обучающихся
	<p>уравнений и неравенств . Многочлены от одной переменной . Деление многочлена на многочлен с остатком . Теорема Безу . Многочлены с целыми коэффициентами . Теорема Виета.</p> <p>Решение систем линейных уравнений . Матрица системы линейных уравнений . Определитель матрицы <math>2 \times 2</math>, его геометрический смысл и свойства; вычисление его значения; применение определителя для решения системы линейных уравнений . Решение прикладных задач с помощью системы линейных уравнений</p>	<p><b>Использовать</b> свойства определителя <math>2 \times 2</math> для вычисления его значения, <b>применять</b> определители для решения системы линейных уравнений .</p> <p><b>Моделировать</b> реальные ситуации с помощью системы линейных уравнений, <b>исследовать</b> построенные модели с помощью матриц и определителей, <b>интерпретировать</b> полученный результат</p>
<p><b>Функции и графики. Степенная функция с целым показателем(12 ч)</b></p>	<p>Функция, способы задания функции . Взаимно обратные функции . Композиция функций . График функции . Элементарные преобразования графиков функций .</p>	<p><b>Оперировать понятиями:</b> функция, способы задания функции; взаимно обратные функции, композиция функций, график функции, область определения и множество значений функции, нули функции, промежутки знакопостоянства; линейная, квадратичная, дробно-линейная и степенная функции .</p>

	<p>Область определения и множество значений функции . Нули функции . Промежутки знакопостоянства . Чётные и нечётные функции . Периодические функции . Промежутки монотонности функции . Максимумы и минимумы функции . Наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке .</p> <p>Линейная, квадратичная и дробно-линейная функции . Элементарное исследование и построение графиков этих функций .</p> <p>Степень с целым показателем . Бином Ньютона .</p> <p>Степенная функция с натуральным и целым показателем . Её свойства и график</p>	<p><b>Выполнять</b> элементарные преобразования графиков функций .</p> <p><b>Знать и уметь доказывать</b> чётность или нечётность функции, периодичность функции, <b>находить</b> промежутки монотонности функции, максимумы и минимумы функции, наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке .</p> <p><b>Формулировать и иллюстрировать графически</b> свойства линейной, квадратичной, дробно-линейной и степенной функций .</p> <p><b>Выражать формулами</b> зависимости между величинами .</p> <p><b>Знать определение и свойства</b> степени с целым показателем; подходящую форму записи действительных чисел для решения практических задач и представления данных</p>
<p><b>Арифметический корень <math>n</math>-ой степени. Иррациональные уравнения (18 ч)</b></p>	<p>Арифметический корень натуральной степени и его свойства .</p> <p>Преобразования числовых выражений, содержащих степени и корни .</p> <p>Иррациональные уравнения . Основные методы решения иррациональных уравнений .</p>	<p><b>Формулировать, записывать в символической форме</b> и использовать свойства корня <math>n</math>-ой степени для преобразования выражений .</p> <p><b>Находить решения</b> иррациональных уравнений с помощью равносильных переходов или осуществляя проверку корней .</p> <p><b>Строить</b> график функции корня <math>n</math>-ой степени как обратной для функции степени с натуральным показателем</p>

Название раздела (темы) (количество часов)	Основное содержание раздела (темы)	Основные виды деятельности обучающихся
	<p>Равносильные переходы в решении иррациональных уравнений.</p> <p>Свойства и график корня <math>n</math>-ой степени как функции обратной степени с натуральным показателем</p>	
<p><b>Показательная функция. Показательные уравнения (10 ч)</b></p>	<p>Степень с рациональным показателем и её свойства.</p> <p>Показательная функция, её свойства и график. Использование графика функции для решения уравнений.</p> <p>Показательные уравнения. Основные методы решения показательных уравнений</p>	<p><b>Формулировать определение</b> степени с рациональным показателем.</p> <p>Выполнять преобразования числовых выражений, содержащих степени с рациональным показателем.</p> <p><b>Использовать цифровые ресурсы</b> для построения графика показательной функции и изучения её свойств.</p> <p><b>Находить решения</b> показательных уравнений</p>
<p><b>Логарифмическая функция. Логарифмические уравнения (18 ч)</b></p>	<p>Логарифм числа. Свойства логарифма. Десятичные и натуральные логарифмы. Преобразование выражений, содержащих логарифмы.</p> <p>Логарифмическая функция, её свойства и график. Использование графика функции для решения уравнений.</p>	<p><b>Давать определение</b> логарифма числа; десятичного и натурального логарифма.</p> <p><b>Использовать</b> свойства логарифмов для преобразования логарифмических выражений.</p> <p><b>Строить</b> график логарифмической функции как обратной к показательной и использовать свойства логарифмической функции для решения задач.</p> <p><b>Находить</b> решения логарифмических уравнений с помощью равносильных переходов или осуществляя проверку корней</p>

	<p>Логарифмические уравнения .          Основные методы решения логарифмических уравнений .          Равносильные переходы в решении логарифмических уравнений</p>	
<p><b>Тригонометрические выражения и уравнения (22 ч)</b></p>	<p>Синус, косинус, тангенс и котангенс числового аргумента .          Арксинус, арккосинус и арктангенс числового аргумента .          Тригонометрическая окружность, определение тригонометрических функций числового аргумента .          Основные тригонометрические формулы . Преобразование тригонометрических выражений .          Решение тригонометрических уравнений</p>	<p><b>Давать определения</b> синуса, косинуса, тангенса и котангенса числового аргумента; а также арксинуса, арккосинуса и арктангенса числа .  <b>Применять</b> основные тригонометрические формулы для преобразования тригонометрических выражений .  <b>Применять</b> формулы тригонометрии для решения основных типов тригонометрических уравнений</p>
<p><b>Последовательности и прогрессии (10 ч)</b></p>	<p>Последовательности, способы задания последовательностей .          Метод математической индукции .          Монотонные и ограниченные последовательности .          История анализа бесконечно малых .          Арифметическая и геометрическая прогрессии .</p>	<p><b>Оперировать понятиями:</b> последовательность, способы задания последовательностей; монотонные и ограниченные последовательности; <b>исследовать</b> последовательности на монотонность и ограниченность .  <b>Получать представление</b> об основных идеях анализа бесконечно малых .  <b>Давать определение</b> арифметической и геометрической прогрессии .</p>

Название раздела (темы) (количество часов)	Основное содержание раздела (темы)	Основные виды деятельности обучающихся
	<p>Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия . Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии . Линейный и экспоненциальный рост . Число <math>e</math> .</p> <p>Формула сложных процентов . Использование прогрессии для решения реальных задач прикладного характера</p>	<p><b>Доказывать</b> свойства арифметической и геометрической прогрессии, находить сумму членов прогрессии, а также сумму членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии .</p> <p><b>Использовать</b> прогрессии для решения задач прикладного характера .</p> <p><b>Применять</b> формулу сложных процентов для решения задач из реальной практики</p>
<p><b>Непрерывные функции.</b> <b>Производная</b> (20 ч)</p>	<p>Непрерывные функции и их свойства . Точка разрыва . Асимптоты графиков функций . Свойства функций непрерывных на отрезке . Метод интервалов для решения неравенств . Применение свойств непрерывных функций для решения задач .</p> <p>Первая и вторая производные функции . Определение, геометрический и физический смысл производной . Уравнение касательной к графику функции .</p>	<p><b>Оперировать понятиями:</b> функция непрерывная на отрезке, точка разрыва функции, асимптота графика функции .</p> <p><b>Применять</b> свойства непрерывных функций для решения задач .</p> <p><b>Оперировать понятиями:</b> первая и вторая производные функции; понимать физический и геометрический смысл производной; записывать уравнение касательной .</p> <p><b>Вычислять</b> производные суммы, произведения, частного и сложной функции .</p> <p><b>Изучать</b> производные элементарных функций .</p> <p><b>Использовать</b> геометрический и физический смысл производной для решения задач</p>

	Производные элементарных функций . Производная суммы, произведения, частного и композиции функций	
<b>Повторение, обобщение, систематизация знаний (2 ч)</b>	Основные понятия курса алгебры и начал математического анализа 10 класса, обобщение и систематизация знаний	<b>Применять</b> основные понятия курса алгебры и начал математического анализа для решения задач из реальной жизни и других школьных предметов

### 11 класс (не менее 140 часов)

<b>Название раздела (темы) (количество часов)</b>	<b>Основное содержание раздела (темы)</b>	<b>Основные виды деятельности обучающихся</b>
<b>Исследование функций с помощью производной ( 24 ч)</b>	<p>Применение производной к исследованию функций на монотонность и экстремумы . Нахождение наибольшего и наименьшего значения непрерывной функции на отрезке .</p> <p>Применение производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах, для определения скорости и ускорения процесса, заданного формулой или графиком .</p>	<p><b>Строить</b> график композиции функций с помощью элементарного исследования и свойств композиции .</p> <p><b>Строить</b> геометрические образы уравнений и неравенств на координатной плоскости .</p> <p><b>Использовать</b> производную для исследования функции на монотонность и экстремумы; <b>находить</b> наибольшее и наименьшее значения функции непрерывной на отрезке; <b>строить</b> графики функций на основании проведённого исследования .</p> <p><b>Использовать</b> производную для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах, для определения скорости и ускорения процесса, заданного формулой или графиком .</p>

Название раздела (темы) (количество часов)	Основное содержание раздела (темы)	Основные виды деятельности обучающихся
	Композиция функций . Геометрические образы уравнений и неравенств на координатной плоскости	<b>Получать представление</b> о применении производной в различных отраслях знаний
<b>Первообразная и интеграл (12 ч)</b>	Первообразная, основное свойство первообразных . Первообразные элементарных функций . Правила нахождения первообразных . Интеграл . Геометрический смысл интеграла . Вычисление определённого интеграла по формуле Ньютона — Лейбница . Применение интеграла для нахождения площадей плоских фигур и объёмов геометрических тел . Примеры решений дифференциальных уравнений. Математическое моделирование реальных процессов с помощью дифференциальных уравнений	<b>Оперировать понятиями:</b> первообразная и определённый интеграл . <b>Находить</b> первообразные элементарных функций и вычислять интеграл по формуле Ньютона — Лейбница . <b>Находить</b> площади плоских фигур и объёмы тел с помощью определённого интеграла . <b>Знакомиться</b> с математическим моделированием на примере дифференциальных уравнений . <b>Получать представление</b> о значении введения понятия интеграла в развитии математики

<p><b>Графики тригонометрических функций. Тригонометрические неравенства</b> (16 ч)</p>	<p>Тригонометрические функции, их свойства и графики. Отбор корней тригонометрических уравнений с помощью тригонометрической окружности. Решение тригонометрических неравенств</p>	<p><b>Использовать цифровые ресурсы</b> для построения графиков тригонометрических функции и изучения их свойств. <b>Решать</b> тригонометрические уравнения и осуществлять отбор корней с помощью тригонометрической окружности. <b>Применять</b> формулы тригонометрии для решения основных типов тригонометрических неравенств. <b>Использовать цифровые ресурсы</b> для построения и исследования графиков функций</p>
<p><b>Иррациональные, показательные и логарифмические неравенства</b> (24 ч)</p>	<p>Основные методы решения показательных и логарифмических неравенств. Основные методы решения иррациональных неравенств. Графические методы решения иррациональных, показательных и логарифмических уравнений и неравенств</p>	<p><b>Применять</b> свойства показательной и логарифмической функций к решению показательных и логарифмических неравенств. <b>Обосновать</b> равносильность переходов. <b>Решать</b> иррациональные и комбинированные неравенства, с помощью равносильных переходов. <b>Использовать</b> графические методы и свойства входящих в уравнение или неравенство функций для решения задачи</p>
<p><b>Комплексные числа</b> (10 ч)</p>	<p>Комплексные числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексного числа. Арифметические операции с комплексными числами. Изображение комплексных чисел на координатной плоскости.</p>	<p><b>Оперировать понятиями:</b> комплексное число и множество комплексных чисел. <b>Представлять</b> комплексные числа в алгебраической и тригонометрической форме. <b>Выполнять</b> арифметические операции с ними. <b>Изображать</b> комплексные числа на координатной плоскости. <b>Применять</b> формулу Муавра и получать представление о корнях <math>n</math>-ой степени из комплексного числа.</p>

Название раздела (темы) (количество часов)	Основное содержание раздела (темы)	Основные виды деятельности обучающихся
	Формула Муавра . Корни $n$ -ой степени из комплексного числа . Применение комплексных чисел для решения физических и геометрических задач	<b>Знакомиться</b> с примерами применения комплексных чисел для решения геометрических и физических задач
<b>Натуральные и целые числа (10 ч)</b>	Натуральные и целые числа . Применение признаков делимости целых чисел, НОД и НОК, остатков по модулю, алгоритма Евклида для решения задач в целых числах	<b>Оперировать понятиями:</b> натуральное и целое число, множество натуральных и целых чисел . <b>Использовать признаки</b> делимости целых чисел; остатки по модулю; НОД и НОК натуральных чисел; алгоритм Евклида для решения задач . <b>Записывать</b> натуральные числа в различных позиционных системах счисления
<b>Системы рациональных, иррациональных показательных и логарифмических уравнений (12 ч)</b>	Система и совокупность уравнений . Равносильные системы и системы-следствия . Основные методы решения систем и совокупностей рациональных, иррациональных, показательных и логарифмических уравнений . Применение уравнений, систем и неравенств к решению	<b>Оперировать понятиями:</b> система и совокупность уравнений и неравенств; решение системы или совокупности; равносильные системы и системы-следствия . <b>Находить</b> решения систем и совокупностей целых рациональных, иррациональных, показательных и логарифмических уравнений и неравенств . <b>Применять</b> системы уравнений к решению текстовых задач из различных областей знаний и реальной жизни; <b>интерпретировать</b> полученные решения . <b>Использовать цифровые ресурсы</b>

	математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни, интерпретация полученных результатов	
<b>Задачи с параметрами (16 ч)</b>	Рациональные, иррациональные, показательные, логарифмические и тригонометрические уравнения, неравенства и системы с параметрами. Построение и исследование математических моделей реальных ситуаций с помощью уравнений, систем уравнений и неравенств с параметрами	<b>Выбирать</b> способ решения рациональных, иррациональных, показательных, логарифмических и тригонометрических уравнений и неравенств, содержащих модули и параметры. <b>Применять</b> графические и аналитические методы для решения уравнений и неравенств с параметрами, а также исследование функций методами математического анализа. <b>Строить и исследовать</b> математические модели реальных ситуаций с помощью уравнений, неравенств и систем с параметрами
<b>Повторение, обобщение, систематизация знаний (16 ч)</b>	Основные понятия и методы курса, обобщение и систематизация знаний	<b>Моделировать</b> реальные ситуации на языке алгебры, <b>составлять</b> выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, <b>исследовать</b> построенные модели с использованием аппарата алгебры, <b>интерпретировать</b> полученный результат. <b>Применять</b> функции для моделирования и исследования реальных процессов. <b>Решать</b> прикладные задачи, в том числе социально-экономического и физического характера, средствами алгебры и математического анализа

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОГО КУРСА «ГЕОМЕТРИЯ»

---

### ЦЕЛИ ИЗУЧЕНИЯ УЧЕБНОГО КУРСА

Геометрия является одним из базовых курсов на уровне среднего общего образования, так как обеспечивает возможность изучения дисциплин естественнонаучной направленности и предметов гуманитарного цикла. Поскольку логическое мышление, формируемое при изучении обучающимися понятийных основ геометрии, при доказательстве теорем и построении цепочки логических утверждений при решении геометрических задач, умение выдвигать и опровергать гипотезы непосредственно используются при решении задач естественнонаучного цикла, в частности физических задач.

Цель освоения программы учебного курса «Геометрия» на углублённом уровне — развитие индивидуальных способностей обучающихся при изучении геометрии, как составляющей предметной области «Математика и информатика» через обеспечение возможности приобретения и использования более глубоких геометрических знаний и действий, специфичных геометрии, и необходимых для успешного профессионального образования, связанного с использованием математики.

Приоритетными задачами курса геометрии на углублённом уровне, расширяющими и усиливающими курс базового уровня, являются:

- 6 расширение представления о геометрии как части мировой культуры и формирование осознания взаимосвязи геометрии с окружающим миром;
- 6 формирование представления о пространственных фигурах как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные явления окружающего мира; знание понятийного аппарата по разделу «Стереометрия» школьного курса геометрии;
- 6 формирование умения владеть основными понятиями о пространственных фигурах и их основными свойствами; знание теорем, формул и умение их применять; умения доказывать теоремы и находить нестандартные способы решения задач;
- 6 формирование умения распознавать на чертежах, моделях и в реальном мире многогранники и тела вращения; конструировать геометрические модели;

- 6 формирование понимания возможности аксиоматического построения математических теорий; формирование понимания роли аксиоматики при проведении рассуждений;
- 6 формирование умения владеть методами доказательств и алгоритмов решения; умения их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения стереометрических задач и задач с практическим содержанием; формирование представления о необходимости доказательств при обосновании математических утверждений и роли аксиоматики в проведении дедуктивных рассуждений;
- 6 развитие и совершенствование интеллектуальных и творческих способностей обучающихся, познавательной активности, исследовательских умений, критичности мышления, интереса к изучению геометрии;
- 6 формирование функциональной грамотности, релевантной геометрии: умения распознавать проявления геометрических понятий, объектов и закономерностей в реальных жизненных ситуациях и при изучении других учебных предметов, проявления зависимостей и закономерностей, моделирования реальных ситуаций, исследования построенных моделей, интерпретации полученных результатов .

Основные содержательные линии курса «Геометрии» в 10—11 классах: «Прямые и плоскости в пространстве», «Многогранники», «Тела вращения», «Векторы и координаты в пространстве», «Движения в пространстве» .

Сформулированное в Федеральном государственном образовательном стандарте среднего общего образования требование «уметь оперировать понятиями», релевантных геометрии на углублённом уровне обучения в 10—11 классах, относится ко всем содержательным линиям учебного курса, а формирование логических умений распределяется не только по содержательным линиям, но и по годам обучения . Содержание образования, соответствующее предметным результатам освоения рабочей программы, распределённым по годам обучения, структурировано таким образом, чтобы ко всем основным, принципиальным вопросам обучающиеся обращались неоднократно . Это позволяет организовать овладение геометрическими понятиями и навыками последовательно и поступательно, с соблюдением принципа преемственности, а новые знания включать в общую систему геометрических представлений обучающихся, расширяя и углубляя её, образуя прочные множественные связи .

Переход к изучению геометрии на углублённом уровне позволяет:

— создать условия для дифференциации обучения, построения индивидуальных образовательных программ; обеспечить углублённое изучение геометрии как составляющей учебного предмета «Математика»;

— подготовить обучающихся к продолжению изучения математики с учётом выбора будущей профессии, обеспечивая преемственность между общим и профессиональным образованием.

## МЕСТО УЧЕБНОГО КУРСА В УЧЕБНОМ ПЛАНЕ

В учебном плане на изучение углублённого курса геометрии в 10—11 классах отводится не менее 3 учебных часов в неделю в течение каждого года обучения, всего за два года обучения — не менее 210 учебных часов.

## ПЛАНИРУЕМЫЕ ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ (ПО ГОДАМ ОБУЧЕНИЯ)

Освоение учебного курса «Геометрия» на уровне среднего общего образования должно обеспечивать достижение следующих предметных образовательных результатов:

### 10 класс

- 6 Свободно оперировать основными понятиями стереометрии при решении задач и проведении математических рассуждений.
- 6 Применять аксиомы стереометрии и следствия из них при решении геометрических задач.
- 6 Классифицировать взаимное расположение прямых в пространстве; плоскостей в пространстве; прямых и плоскостей в пространстве.
- 6 Свободно оперировать понятиями, связанными с углами в пространстве: между прямыми в пространстве; между прямой и плоскостью.
- 6 Свободно оперировать понятиями, связанными с многогранниками.
- 6 Свободно распознавать основные виды многогранников (призма, пирамида, прямоугольный параллелепипед, куб).
- 6 Классифицировать многогранники, выбирая основания для классификации.
- 6 Свободно оперировать понятиями, связанными с сечением многогранников плоскостью.

- 6 Выполнять параллельное, центральное и ортогональное проектирование фигур на плоскость; выполнять изображения фигур на плоскости .
- 6 Строить сечения многогранников различными методами, выполнять (выносные) плоские чертежи из рисунков простых объёмных фигур: вид сверху, сбоку, снизу .
- 6 Вычислять площади поверхностей многогранников (призма, пирамида), геометрических тел с применением формул .
- 6 Свободно оперировать понятиями: симметрия в пространстве; центр, ось и плоскость симметрии; центр, ось и плоскость симметрии фигуры .
- 6 Свободно оперировать понятиями, соответствующими векторам и координатам в пространстве .
- 6 Выполнять действия над векторами .
- 6 Решать задачи на доказательство математических отношений и нахождение геометрических величин, применяя известные методы при решении математических задач повышенного и высокого уровня сложности .
- 6 Применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении стереометрических задач .
- 6 Извлекать, преобразовывать и интерпретировать информацию о пространственных геометрических фигурах, представленную на чертежах и рисунках .
- 6 Применять полученные знания на практике: сравнивать и анализировать реальные ситуации, применять изученные понятия в процессе поиска решения математически сформулированной проблемы, моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин .
- 6 Иметь представления об основных этапах развития геометрии как составной части фундамента развития технологий .

## **11 класс**

- 6 Свободно оперировать понятиями, связанными с цилиндрической, конической и сферической поверхностями; объяснять способы получения .
- 6 Оперировать понятиями, связанными с телами вращения: цилиндром, конусом, сферой и шаром .
- 6 Распознавать тела вращения (цилиндр, конус, сфера и шар) и объяснять способы получения тел вращения .

- 6 Классифицировать взаимное расположение сферы и плоскости .6  
 Вычислять величины элементов многогранников и тел вращения;  
 объёмы и площади поверхностей многогранников и тел  
 вращения, геометрических тел с применением  
 формул .
- 6 Свободно оперировать понятиями, связанными с комбинациями тел вращения и многогранников: многогранник, вписанный в сферу и описанный около сферы; сфера, вписанная в многогранник или тело вращения .
  - 6 Вычислять соотношения между площадями поверхностей и объёмами подобных тел .
  - 6 Изображать изучаемые фигуры; выполнять (выносные) плоские чертежи из рисунков простых объёмных фигур: вид сверху, сбоку, снизу; строить сечения тел вращения .
  - 6 Извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о пространственных геометрических фигурах, представленную на чертежах и рисунках .
  - 6 Свободно оперировать понятием вектор в пространстве .
  - 6 Выполнять операции над векторами .
  - 6 Задавать плоскость уравнением в декартовой системе координат .
  - 6 Решать геометрические задачи на вычисление углов между прямыми и плоскостями; вычисление расстояний от точки до плоскости; в целом, на применение векторно-координатного метода при решении .
  - 6 Свободно оперировать понятиями, связанными с движением в пространстве; знать свойства движений .
  - 6 Выполнять изображения многогранником и тел вращения при параллельном переносе, центральной симметрии, зеркальной симметрии, при повороте вокруг прямой; преобразования подобия .
  - 6 Строить сечения многогранников и тел вращения: сечения цилиндра (параллельно и перпендикулярно оси), сечения конуса (параллельное основанию и проходящее через вершину), сечения шара .
  - 6 Использовать методы построения сечений: метод следов, метод внутреннего проектирования, метод переноса секущей плоскости .
  - 6 Доказывать геометрические утверждения .
  - 6 Применять геометрические факты для решения стереометрических задач, предполагающих несколько шагов решения, если условия применения заданы в явной и неявной форме .

- 6 Решать задачи на доказательство математических отношений и нахождение геометрических величин .
- 6 Применять программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении стереометрических задач .
- 6 Применять полученные знания на практике: сравнивать, анализировать и оценивать реальные ситуации; применять изученные понятия, теоремы, свойства в процессе поиска решения математически сформулированной проблемы, моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин .
- 6 Иметь представления об основных этапах развития геометрии как составной части фундамента развития технологий .

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО КУРСА (ПО ГОДАМ ОБУЧЕНИЯ)

### 10 класс

#### *Прямые и плоскости в пространстве*

Основные понятия стереометрии . Точка, прямая, плоскость, пространство . Понятие об аксиоматическом построении стереометрии: аксиомы стереометрии и следствия из них .

Взаимное расположение прямых в пространстве: пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые . Признаки скрещивающихся прямых . Параллельность прямых и плоскостей в пространстве: параллельные прямые в пространстве; параллельность трёх прямых; параллельность прямой и плоскости . Параллельное и центральное проектирование, изображение фигур . Основные свойства параллельного проектирования . Изображение фигур в параллельной проекции . Углы с сонаправленными сторонами; угол между прямыми в пространстве . Параллельность плоскостей: параллельные плоскости; свойства параллельных плоскостей . Простейшие пространственные фигуры на плоскости: тетраэдр, параллелепипед; построение сечений .

Перпендикулярность прямой и плоскости: перпендикулярные прямые в пространстве, прямые параллельные и перпендикулярные к плоскости, признак перпендикулярности прямой и плоскости, теорема о прямой перпендикулярной плоскости . Ортогональное проектирование . Перпендикуляр и наклонные: расстояние от точки до плоскости, расстояние от прямой до плоскости, проекция фигуры на плоскость . Перпендикулярность плоскостей: признак перпендикулярности двух плоскостей . Теорема о трёх перпендикулярах .

Углы в пространстве: угол между прямой и плоскостью; двугранный угол, линейный угол двугранного угла . Трёхгранный и многогранные углы . Свойства плоских углов многогранного угла . Свойства плоских и двугранных углов трёхгранного угла . Теоремы косинусов и синусов для трёхгранного угла .

### ***Многогранники***

Виды многогранников; развёртка многогранника . Призма:  $n$ -угольная призма; прямая и наклонная призмы; боковая и полная поверхность призмы . Параллелепипед, прямоугольный параллелепипед и его свойства . Кратчайшие пути на поверхности многогранника . Теорема Эйлера . Пространственная теорема Пифагора . Пирамида:  $n$ -угольная пирамида; правильная и усечённая пирамиды . Свойства рёбер и боковых граней правильной пирамиды . Правильные многогранники: правильная призма и правильная пирамида; правильная треугольная пирамида и правильный тетраэдр; куб . Представление о правильных многогранниках: октаэдр, додекаэдр и икосаэдр .

Вычисление элементов многогранников: рёбра, диагонали, углы . Площадь боковой поверхности и полной поверхности прямой призмы, площадь оснований, теорема о боковой поверхности прямой призмы . Площадь боковой поверхности и поверхности правильной пирамиды, теорема о площади усечённой пирамиды .

Симметрия в пространстве . Элементы симметрии правильных многогранников . Симметрия в правильном многограннике: симметрия параллелепипеда, симметрия правильных призм, симметрия правильной пирамиды .

### ***Векторы и координаты в пространстве***

Понятия: вектор в пространстве; нулевой вектор, длина ненулевого вектора; векторы коллинеарные, сонаправленные и противоположно направленные векторы . Равенство векторов . Действия с векторами: сложение и вычитание векторов; сумма нескольких векторов; умножение вектора на число . Свойства сложения векторов . Свойства умножения вектора на число . Понятие компланарные векторы . Признак компланарности трёх векторов . Правило параллелепипеда . Теорема о разложении вектора по трём некомпланарным векторам . Прямоугольная система координат в пространстве . Координаты вектора . Связь между координатами вектора и координатами точек . Угол между векторами . Скалярное произведение векторов .

## 11 класс

### *Тела вращения*

Понятия: цилиндрическая поверхность, коническая поверхность, сферическая поверхность, образующие поверхностей. Тела вращения: цилиндр, конус, усечённый конус, сфера, шар. Взаимное расположение сферы и плоскости; касательная плоскость к сфере. Изображение тел вращения на плоскости. Развёртка цилиндра и конуса. Симметрия сферы и шара.

Объём. Основные свойства объёмов тел. Теорема об объёме прямоугольного параллелепипеда и следствия из неё. Объём прямой и наклонной призмы, цилиндра, пирамиды и конуса. Объём шара и шарового сегмента.

Комбинации тел вращения и многогранников. Призма, вписанная в цилиндр, описанная около цилиндра. Пересечение сферы и шара с плоскостью. Касание шара и сферы плоскостью. Понятие многогранника, описанного около сферы, сферы, вписанной в многогранник или тело вращения.

Площадь поверхности цилиндра, конуса; площадь сферы и её частей.

Подобие в пространстве. Отношение объёмов, площадей поверхностей подобных фигур. Преобразование подобия, гомотетия. Решение задач на плоскости с использованием стереометрических методов.

Построение сечений многогранников и тел вращения: сечения цилиндра (параллельно и перпендикулярно оси), сечения конуса (параллельное основанию и проходящее через вершину), сечения шара; методы построения сечений: метод следов, метод внутреннего проектирования, метод переноса секущей плоскости.

### *Векторы и координаты в пространстве*

Векторы в пространстве. Операции над векторами. Векторное умножение векторов. Свойства векторного умножения. Прямоугольная система координат в пространстве. Координаты вектора. Разложение вектора по базису. Координатно-векторный метод при решении геометрических задач.

### *Движения в пространстве*

Движения пространства. Отображения. Движения и равенство фигур. Общие свойства движений. Виды движений: параллельный перенос, центральная симметрия, зеркальная симметрия, поворот вокруг прямой. Преобразования подобия. Прямая и сфера Эйлера.

**10 класс (не менее 105 часов)**

Название раздела (темы) курса (количество часов)	Основное содержание	Основные виды деятельности учащихся
<p><b>Введение в стереометрию(24 ч)</b></p>	<p>Основные пространственные фигуры .            Понятия стереометрии: точка, прямая, плоскость, пространство .            Основные правила изображения на рисунке плоскости, параллельных прямых (отрезков), середины отрезка .            Понятия: пересекающиеся плоскости, пересекающиеся прямая и плоскость; полупространство .            Многогранники, изображение простейших пространственных фигур, несуществующих объектов .            Аксиомы стереометрии и первые следствия из них .            Способы задания прямых и плоскостей в пространстве .            Обозначения прямых и плоскостей .            Сечения . Изображение сечений пирамиды, куба и призмы, кото-</p>	<p><b>Определять</b> плоскость как фигуру, в которой выполняется планиметрия .  <b>Делать простейшие логические выводы</b> из аксиоматики плоскости .  <b>Приводить примеры</b> реальных объектов, идеализацией которых являются аксиомы геометрии .  <b>Изучать, применять</b> принципы построения сечений .  <b>Использовать</b> для построения сечений метод следов, метод внутреннего проектирования, метод переноса секущей плоскости .  <b>Решать</b> стереометрические задачи: на определение вида сечения и нахождение его площади .  <b>Актуализировать</b> факты и методы планиметрии, релевантные теме, проводить аналогии .  <b>Использовать</b> при решении задач следующие планиметрические факты и методы:            Теоремы Фалеса и о пропорциональных отрезках .            Алгоритм деления отрезка на <math>n</math> равных частей .            Теорема Менелая .            Равнобедренный треугольник . Равносторонний треугольник . Прямоугольный треугольник .</p>

	<p>рые проходят через их рёбра . Изображение пересечения полученных плоскостей . Раскрашивание построенных сечений разными цветами .</p> <p>Метод следов для построения сечений . Свойства пересечений прямых и плоскостей . Построение сечений в пирамиде, кубе по трём точкам на рёбрах . Создание выносных чертежей и запись шагов построения .</p> <p>Повторение планиметрии . Теорема о пропорциональных отрезках . Подобие треугольников . Теорема Менелая . Расчёты в сечениях на выносных чертежах .</p> <p>История развития планиметрии и стереометрии</p>	<p>Свойство средней линии треугольника . Свойство биссектрисы угла треугольника . Свойство медиан треугольника .</p> <p>Признаки подобия треугольников .</p> <p><b>Получать представления</b> об основных этапах развития геометрии как составной части фундамента развития технологий</p>
<p><b>Взаимное расположение прямых в пространстве(6 ч)</b></p>	<p>Взаимное расположение прямых в пространстве . Скрещивающиеся прямые . Признаки скрещивающихся прямых .</p> <p>Параллельные прямые в пространстве . Теорема о существовании и единственности прямой параллельной данной прямой, проходящей через точку пространства и не лежащей на данной прямой .</p>	<p><b>Классифицировать</b> взаимное расположение прямых в пространстве, иллюстрируя рисунками и приводя примеры из реальной жизни .</p> <p><b>Доказывать</b> теорему о существовании и единственности параллельной прямой, проходящей через точку пространства и не лежащей на другой прямой; лемму о пересечении плоскости двумя параллельными прямыми; теорему о трёх параллельных прямых .</p> <p><b>Доказывать</b> признак скрещивающихся прямых, теорему о скрещивающихся прямых .</p>

Название раздела (темы) курса (количество часов)	Основное содержание	Основные виды деятельности учащихся
	<p>Лемма о пересечении параллельных прямых плоскостью . Параллельность трёх прямых . Теорема о трёх параллельных прямых . Теорема о скрещивающихся прямых . Параллельное проектирование . Основные свойства параллельного проектирования . Изображение разных фигур в параллельной проекции . Центральная проекция . Угол с сонаправленными сторонами . Угол между прямыми . Задачи на доказательство и исследование, связанные с расположением прямых в пространстве</p>	<p><b>Доказывать</b> теорему о равенстве углов с сонаправленными сторонами .  <b>Объяснять</b>, что называется параллельным и центральным проектированием и как выполняется проектирование фигур на плоскость .  <b>Доказывать</b> свойства параллельного проектирования .  <b>Изображать</b> в параллельной проекции разные геометрические фигуры .  <b>Решать</b> стереометрические задачи на доказательство и исследование, связанные с расположением прямых в пространстве .  <b>Проводить</b> доказательные рассуждения при решении геометрических задач, связанных со взаимным расположением прямых в пространстве .  <b>Сравнивать, анализировать и оценивать</b> утверждения с целью выявления логически корректных и некорректных рассуждений .  <b>Моделировать</b> реальные ситуации, связанные со взаимным расположением прямых в пространстве, на языке геометрии .  <b>Исследовать</b> построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры, цифровых ресурсов .</p>

		<p><b>Получать представление</b> о центральном проектировании и об истории работ по теории перспективы</p>
<p><b>Параллельность прямых и плоскостей в пространстве (8 ч)</b></p>	<p>Понятия: параллельность прямой и плоскости в пространстве .          Признак параллельности прямой и плоскости . Свойства параллельности прямой и плоскости .          Геометрические задачи на вычисление и доказательство, связанные с параллельностью прямых и плоскостей в пространстве .          Построение сечения, проходящего через данную прямую на чертеже и параллельного другой прямой . Расчёт отношений . Параллельная проекция, применение для построения сечений куба и параллелепипеда .          Свойства параллелепипеда и призмы .          Параллельные плоскости . Признаки параллельности двух плоскостей . Теорема о параллельности и единственности плоскости, проходящей через точку, не принадлежащую данной плоскости и следствия из неё .</p>	<p><b>Классифицировать</b> взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве, приводя соответствующие примеры из реальной жизни .  <b>Формулировать</b> определение параллельных прямой и плоскости .  <b>Доказывать</b> признак о параллельности прямой и плоскости; свойства параллельности прямой и плоскости .  <b>Решать</b> стереометрические задачи вычисления и доказательство, связанные с параллельностью прямых и плоскостей в пространстве .  <b>Решать</b> практические задачи на построение сечений на чертежах тетраэдра и параллелепипеда .  <b>Решать</b> стереометрические задачи, связанные с построением сечений плоскостью .  <b>Проводить</b> логически корректные доказательные рассуждения при решении геометрических задач связанных с параллельностью плоскостей .  <b>Сравнивать и анализировать</b> реальные ситуации, связанные с параллельностью прямой и плоскости в пространстве; <b>моделировать</b> реальные ситуации, связанные с параллельностью прямой и плоскости в пространстве, на языке геометрии</p>

Название раздела (темы) курса (количество часов)	Основное содержание	Основные виды деятельности учащихся
	<p>Свойства параллельных плоскостей: о параллельности прямых пересечения при пересечении двух параллельных плоскостей третьей; об отрезках параллельных прямых, заключённых между параллельными плоскостями; о пересечении прямой с двумя параллельными плоскостями</p>	
<p><b>Перпендикулярность прямых и плоскостей в пространстве (26 ч)</b></p>	<p>Повторение: теорема Пифагора на плоскости, тригонометрия прямоугольного треугольника . Свойства куба и прямоугольного параллелепипеда . Вычисление длин отрезков в кубе и прямоугольном параллелепипеде . Перпендикулярность прямой и плоскости . Признак перпендикулярности прямой и плоскости . Теорема о существовании и единственности прямой, проходящей через точку пространства и перпендикулярной к плоскости . Плоскости и перпендикулярные им прямая в многогранниках .</p>	<p><b>Актуализировать</b> факты и методы планиметрии, релевантные теме, проводить аналогии . <b>Формулировать определения:</b> перпендикулярных прямых в пространстве; определение прямой, перпендикулярной к плоскости . <b>Доказывать:</b> лемму о перпендикулярности двух параллельных прямых к третьей прямой; теоремы о связи между параллельностью прямых и их перпендикулярностью к плоскости . <b>Доказывать:</b> теорему, выражающую признак перпендикулярности прямой и плоскости; теорему о существовании и единственности прямой, проходящей через данную точку и перпендикулярной к данной плоскости . <b>Изображать</b> взаимно перпендикулярные прямую и плоскость .</p>

	<p>Перпендикуляр и наклонная .          Построение перпендикуляра из точки на прямую .          Теорема о трёх перпендикулярах (прямая и обратная) .          Угол между скрещивающимися прямыми . Поиск перпендикулярных прямых с помощью перпендикулярных плоскостей          Ортогональное проектирование .          Построение сечений куба, призмы, правильной пирамиды с помощью ортогональной проекции . Симметрия в пространстве относительно плоскости . Плоскости симметрий в многогранниках .          Признак перпендикулярности прямой и плоскости как следствие симметрии . Правильные многогранники          Расчёт расстояний от точки до плоскости. Способы опустить перпендикуляры: симметрия, сдвиг точки по параллельной прямой .          Сдвиг по непараллельной прямой, изменение расстояний</p>	<p><b>Формулировать</b> свойство перпендикуляра по отношению к плоскости .  <b>Получать представление</b> о значении перпендикуляра для других областей науки (физика, энергетика, лазерные технологии), в реальной жизни (техника, окружающая обстановка) .  <b>Доказывать</b> утверждения, связанные с проекцией прямой на плоскость, перпендикулярную к этой прямой .  <b>Доказывать</b> теорему о трёх перпендикулярах и теорему обратную теореме о трёх перпендикулярах .  <b>Получать представление</b> об ортогональном проектировании .  <b>Доказывать</b> теорему о проекции точки на прямую .  <b>Решать</b> стереометрические задачи, связанные с перпендикулярностью прямой и плоскости .  <b>Решать</b> прикладные задачи, связанные с нахождением геометрических величин .  <b>Решать</b> стереометрические задачи, связанные с применением теоремы о трёх перпендикулярах, нахождением расстояний, построением проекций .  <b>Сравнивать и анализировать</b> утверждения с целью выявления логически корректных и некорректных рассуждений .  <b>Анализировать и моделировать</b> на языке геометрии реальные ситуации, связанные с перпендикулярностью прямой и плоскости; <b>исследовать</b> построенные модели, в том числе и с использованием аппарата алгебры</p>
--	---	---

Название раздела (темы) курса (количество часов)	Основное содержание	Основные виды деятельности учащихся
Углы и расстояния(16 ч)	<p>Повторение: угол между прямыми на плоскости, тригонометрия в произвольном треугольнике, теорема косинусов .</p> <p>Повторение: угол между скрещивающимися прямыми в пространстве . Геометрические методы вычисления угла между прямыми в многогранниках .</p> <p>Двугранный угол . Свойство линейных углов двугранного угла .</p> <p>Перпендикулярные плоскости .</p> <p>Свойства взаимно перпендикулярных плоскостей . Признак перпендикулярности плоскостей; теорема о прямой пересечения двух плоскостей перпендикулярных третьей плоскости .</p> <p>Прямоугольный параллелепипед; куб; измерения, свойства прямоугольного параллелепипеда . Теорема о диагонали прямоугольного параллелепипеда и следствие из неё .</p>	<p><b>Актуализировать</b> факты и методы планиметрии, релевантные теме, проводить аналогии .</p> <p><b>Формулировать</b> определение двугранного угла .</p> <p><b>Доказывать</b> свойство равенства всех линейных углов двугранного угла .</p> <p><b>Классифицировать</b> двугранные углы в зависимости от их градусной меры .</p> <p><b>Формулировать</b> определение взаимно перпендикулярных плоскостей .</p> <p><b>Доказывать</b> теорему о признаке перпендикулярности двух плоскостей .</p> <p><b>Формулировать</b> следствие (из признака) о перпендикулярности плоскости, которая перпендикулярна прямой, по которой пересекаются две плоскости, эти плоскостям .</p> <p><b>Доказывать</b> утверждения о его свойствах; теорему и следствие из неё о диагоналях прямоугольного параллелепипеда .</p> <p><b>Решать</b> стереометрические задачи, связанные с перпендикулярностью прямых и плоскостей, используя планиметрические факты и методы .</p> <p><b>Проводить</b> логически корректные доказательства рассуждения при решении геометрических задач, связанных с перпендикулярностью плоскостей .</p>

	<p>Стереометрические и прикладные задачи, связанные со взаимным расположением прямых и плоскости.</p> <p>Повторение: скрещивающиеся прямые, параллельные плоскости в стандартных многогранниках. Пара параллельных плоскостей на скрещивающихся прямых, расстояние между скрещивающимися прямыми в простых ситуациях.</p> <p>Опускание перпендикуляров, вычисление расстояний от точки до точки; прямой; плоскости.</p> <p>Вычисление расстояний между скрещивающимися прямыми с помощью перпендикулярной плоскости.</p> <p>Трёхгранный угол, неравенства для трёхгранных углов.</p> <p>Теорема Пифагора, теоремы косинусов и синусов для трёхгранного угла. Элементы сферической геометрии: геодезические линии на Земле</p>	<p><b>Анализировать и моделировать</b> на языке геометрии реальные ситуации, связанные с перпендикулярностью прямых и плоскостей.</p> <p><b>Исследовать</b> построенные модели, в том числе с использованием аппарата алгебры.</p> <p><b>Решать</b> прикладные задачи, связанные с нахождением геометрических величин</p>
<p><b>Многогранники(7 ч)</b></p>	<p>Систематизация знаний: Многогранник и его элементы. Пирамиды. Виды пирамид. Правильная пирамида.</p>	<p><b>Работать</b> с учебником: задавать вопросы, делать замечания, комментарии.</p> <p><b>Анализировать</b> решение задачи.</p>

Название раздела (темы) курса (количество часов)	Основное содержание	Основные виды деятельности учащихся
	<p>Призма . Прямая и наклонная призмы . Правильная призма . Прямой параллелепипед, прямоугольный параллелепипед, куб .</p> <p>Выпуклые многогранники . Теорема Эйлера . Правильные и полуправильные многогранники</p>	<p><b>Рисовать</b> выпуклые многогранники с заданными свойствами; восстанавливать общий вид выпуклого многогранника по двум его проекциям . Доказывать свойства выпуклого многогранника . <b>Рисовать</b> выпуклые многогранники с разностной характеристикой; <b>исследовать</b> возможности получения результата при варьировании данных . <b>Доказывать</b> свойства правильных многогранников . <b>Планировать</b> построение правильных многогранников на поверхностях других правильных многогранников</p>
<p><b>Векторы в пространстве (13 ч)</b></p>	<p>Понятие вектора на плоскости и в пространстве .</p> <p>Сумма и разность векторов, правило параллелепипеда, умножение вектора на число, разложение вектора по базису трёх векторов, не лежащих в одной плоскости .</p> <p>Скалярное произведение, вычисление угла между векторами в пространстве .</p> <p>Простейшие задачи с векторами</p>	<p><b>Актуализировать</b> факты и методы планиметрии, релевантные теме, проводить аналогии .</p> <p><b>Оперировать понятиями:</b> вектор на плоскости и в пространстве; компланарные векторы . Приводить примеры физических векторных величин .</p> <p><b>Осваивать</b> правила выполнения действий сложения и вычитания векторов, умножения вектора на число .</p> <p><b>Доказывать</b> признак компланарности трёх векторов .</p> <p><b>Доказывать</b> теорему о разложении любого вектора по трём данным некопланарным векторам .</p>

<p><b>Движения(5 ч)</b></p>	<p>Движения пространства . Отображения . Движения и равенство фигур . Общие свойства движений . Виды движений: параллельный перенос, центральная симметрия, зеркальная симметрия, поворот вокруг прямой .</p> <p>Преобразования подобия . Прямая и сфера Эйлера .</p> <p>Геометрические задачи на применение движения</p>	<p><b>Применять</b> правила выполнения действий сложения и вычитания векторов, умножения вектора на число при решении задач .</p> <p><b>Находить</b> координаты вектора в данном базисе и строить вектор по его координатам .</p> <p><b>Вспомнить</b> определение скалярного умножения и его свойства . Вычислять с помощью скалярного умножения длины векторов, углы между ними, устанавливать перпендикулярность векторов .</p> <p><b>Анализировать</b> и <b>моделировать</b> на языке геометрии реальные ситуации, связанные с физическими векторными величинами .</p> <p><b>Использовать</b> при решении задач, связанных с векторами в пространстве, планиметрические факты и методы .</p> <p><b>Свободно оперировать понятиями:</b> отображение пространства на себя, движение пространства; центральная, осевая и зеркальная симметрии, параллельный перенос; равенство и подобные фигуры .</p> <p><b>Доказывать</b> утверждения о том, что центральная, осевая и зеркальная симметрии, параллельный перенос являются движениями . <b>Выполнять</b> преобразования подобия .</p> <p><b>Оперировать понятиями:</b> прямая и сфера Эйлера .</p> <p><b>Решать</b> геометрические задачи с использованием движений .</p> <p><b>Использовать</b> при решении задач движения пространства и их свойства .</p>
-----------------------------	---	--

Название раздела (темы) курса (количество часов)	Основное содержание	Основные виды деятельности учащихся
		<p><b>Сравнивать</b> и <b>анализировать</b> утверждения с целью выявления логически корректных и некорректных рассуждений.</p> <p><b>Исследовать</b> построенные модели.</p> <p><b>Использовать цифровые ресурсы</b></p>

## 11 класс (не менее 105 ч)

Название раздела (темы) курса (количество часов)	Основное содержание	Основные виды деятельности учащихся
<p><b>Аналитическая геометрия (15 ч)</b></p>	<p>Повторение: координаты вектора на плоскости и в пространстве, скалярное произведение векторов, вычисление угла между векторами в пространстве. Уравнение прямой, проходящей через две точки. Уравнение плоскости, нормаль, уравнение плоскости в отрезках. Векторное произведение. Линейные неравенства, линейное программирование</p>	<p><b>Актуализировать</b> факты и методы планиметрии, релевантные теме, проводить аналогии. <b>Сводить</b> действия с векторами к аналогичным действиям с их координатами.</p> <p><b>Вспомнить</b> определение скалярного умножения и его свойства. Вычислять с помощью скалярного умножения длины векторов, углы между ними, устанавливать перпендикулярность векторов.</p> <p><b>Выводить</b> уравнение плоскости и формулу расстояния от точки до плоскости.</p>

	<p>Аналитические методы расчёта угла между прямыми и плоскостями в многогранниках . Формула расстояния от точки до плоскости в координатах . Нахождение расстояний от точки до плоскости в кубе и правильной пирамиде</p>	<p><b>Решать</b> задачи, сочетая координатный и векторный методы . <b>Проводить</b> логически корректные <b>доказательные рассуждения</b> при решении геометрических задач на применение векторно-координатного метода . <b>Анализировать</b> и <b>моделировать</b> на языке геометрии реальные ситуации, связанные векторами и координатами . <b>Исследовать</b> построенные модели, в том числе с использованием аппарата алгебры . <b>Использовать</b> компьютерные программы . <b>Знакомиться</b> с историей развития математики</p>
<p><b>Повторение, обобщение и систематизация знаний (15 часов)</b></p>	<p>Сечения многогранников: стандартные многогранники, метод следов, стандартные плоскости, пересечения прямых и плоскостей Параллельные прямые и плоскости: параллельные сечения, расчёт отношений, углы между скрещивающимися прямыми Перпендикулярные прямые и плоскости: стандартные пары перпендикулярных плоскостей и прямых, симметрии многогранников, теорема о трёх перпендикулярах, вычисления длин в многогранниках</p>	<p><b>Строить</b> сечения . <b>Решать</b> стереометрические задачи на доказательство математических отношений, нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объёмов) . <b>Использовать</b> при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы . <b>Проводить</b> логически корректные <b>доказательные рассуждения</b> при решении стереометрических задач . <b>Сравнивать</b> и <b>анализировать</b> реальные ситуации и выявлять возможность её моделирования на языке геометрии . <b>Моделировать</b> реальную ситуацию на языке геометрии и <b>исследовать</b> построенные модели, в том числе и с использованием аппарата алгебры .</p>

Название раздела (темы) курса (количество часов)	Основное содержание	Основные виды деятельности учащихся
	<p>Повторение: площади многоугольников, формулы для площадей, соображения подобия .</p> <p>Площади сечений многогранников: площади поверхностей, разрезания на части, соображения подобия</p>	<p><b>Использовать</b> компьютерные программы при решении задач</p>
<p><b>Объём многогранника (17 ч)</b></p>	<p>Объём тела . Объём прямоугольного параллелепипеда . Задачи об удвоении куба, о квадратуре куба; о трисекции угла .</p> <p>Стереометрические задачи, связанные с объёмом прямоугольного параллелепипеда .</p> <p>Прикладные задачи, связанные с вычислением объёма прямоугольного параллелепипеда .</p> <p>Объём прямой призмы .</p> <p>Стереометрические задачи, связанные с вычислением объёмов прямой призмы . Прикладные задачи, связанные с объёмом прямой призмы .</p>	<p><b>Свободно оперировать понятиями:</b> объём тела, объём прямоугольного параллелепипеда .</p> <p><b>Формулировать</b> основные свойства объёмов .</p> <p><b>Доказывать</b> теорему об объёме прямоугольного параллелепипеда, следствия из неё .</p> <p><b>Разрезать</b> многогранники, перекладывать части .</p> <p><b>Решать</b> стереометрические задачи, связанные с вычислением объёма прямоугольного параллелепипеда, призмы .</p> <p><b>Сравнивать и анализировать</b> утверждения с целью выявления логически корректных и некорректных рассуждений .</p> <p><b>Анализировать и моделировать</b> на языке геометрии реальные ситуации, связанные с объёмом прямоугольного параллелепипеда, призмы, пирамиды .</p>

	<p>Вычисление объёмов тел с помощью определённого интеграла .          Объём наклонной призмы, пирамиды .          Формула объёма пирамиды . Отношение объёмов пирамид с общим углом .          Стереометрические задачи, связанные с объёмами наклонной призмы, пирамиды .          Прикладные задачи по теме «Объёмы тел», связанные с объёмом наклонной призмы, пирамиды .          Применение объёмов . Вычисление расстояния до плоскости</p>	<p><b>Исследовать</b> построенные модели, в том числе с использованием аппарата алгебры .  <b>Выводить</b> основную интегральную формулу для вычисления объёмов тел .  <b>Доказывать</b> теорему об объёме наклонной призмы на примере треугольной призмы и для произвольной призмы .  <b>Доказывать</b> теорему: об объёме пирамиды, формулировать следствия из нее: объём усечённой пирамиды . Выводить формулу для вычисления объёмов усечённой пирамиды</p>
<p><b>Тела вращения (24 ч)</b></p>	<p>Цилиндрическая поверхность, образующие цилиндрической поверхности .          Цилиндр . Прямой круговой цилиндр . Площадь поверхности цилиндра .          Коническая поверхность, образующие конической поверхности .          Конус . Сечение конуса плоскостью, параллельной плоскости основания .          Усечённый конус . Изображение конусов и усечённых конусов .          Площадь боковой поверхности и полной поверхности конуса .</p>	<p><b>Свободно оперировать понятиями:</b> цилиндрическая поверхность, цилиндр . <b>Изучать</b> способы получения цилиндрической поверхности, цилиндра .  <b>Изображать</b> цилиндр и его сечения плоскостью .  <b>Свободно оперировать понятиями:</b> коническая поверхность, конус, усечённый конус . Изучать способы получения конической поверхности, конуса .  <b>Изображать</b> конус и его сечения плоскостью, проходящей через ось, и плоскостью, перпендикулярной к оси .  <b>Выводить</b> формулы для вычисления боковой и полной поверхностей тел вращения .</p>

Название раздела (темы) курса (количество часов)	Основное содержание	Основные виды деятельности учащихся
	<p>Стереометрические задачи на доказательство и вычисление, построением сечений цилиндра, конуса.</p> <p>Прикладные задачи, связанные с цилиндром.</p> <p>Сфера и шар.</p> <p>Пересечение сферы и шара с плоскостью. Касание шара и сферы плоскостью. Вид и изображение шара.</p> <p>Уравнение сферы. Площадь сферы и её частей.</p> <p>Симметрия сферы и шара.</p> <p>Стереометрические задачи на доказательство и вычисление, связанные со сферой и шаром, построением их сечений плоскостью.</p> <p>Прикладные задачи, связанные со сферой и шаром.</p> <p>Повторение: окружность на плоскости, вычисления в окружности, стандартные подобия</p>	<p><b>Решать</b> стереометрические задачи, связанные с телами вращения, нахождением площади боковой и полной поверхности, построением сечений.</p> <p><b>Использовать</b> при решении задач планиметрические факты и методы.</p> <p><b>Сравнивать</b> и <b>анализировать</b> утверждения с целью выявления логически корректных и некорректных рассуждений.</p> <p><b>Анализировать</b> и <b>моделировать</b> на языке геометрии реальные ситуации, связанные с конусом и цилиндром.</p> <p><b>Исследовать</b> построенные модели, в том числе с использованием аппарата алгебры</p> <p><b>Актуализировать</b> факты и методы планиметрии, релевантные теме, <b>проводить аналогии</b>. <b>Свободно оперировать понятиями:</b> сфера и шар, центр, радиус, диаметр сферы и шара.</p> <p><b>Исследовать</b> взаимное расположение сферы и плоскости.</p> <p><b>Формулировать</b> определение касательной плоскости к сфере.</p> <p><b>Доказывать</b> теоремы о свойстве и признаке касательной плоскости.</p> <p><b>Выводить</b> формулу для вычисления площади сферы через радиус сферы.</p>

	<p>Различные комбинации тел вращения и многогранников . Задачи по теме «Тела и поверхности вращения»</p>	<p><b>Решать</b> стереометрические задачи, связанные со сферой и шаром, нахождением площади сферы и её частей, построением сечений сферы и шара . <b>Анализировать</b> и <b>моделировать</b> на языке геометрии реальные ситуации, связанные с шаром и сферой . <b>Решать</b> простые задачи, в которых фигурируют комбинации тел вращения и многогранников . <b>Использовать</b> при решении задач, связанных со сферой и шаром, планиметрические факты и методы . <b>Решать</b> стереометрические задачи, связанные с телами вращения, построением сечений тел вращения, с комбинациями тел вращения и многогранников . <b>Проводить</b> логически корректные доказательные рассуждения при решении геометрических задач, связанных с перпендикулярностью плоскостей . <b>Анализировать</b> и <b>моделировать</b> на языке геометрии реальные ситуации, связанные с многогранниками . <b>Исследовать</b> построенные модели, в том числе с использованием аппарата алгебры</p>
<p><b>Площади поверхности объёмы круглых тел(9 ч)</b></p>	<p>Объём цилиндра . Теорема об объёме прямого цилиндра . Площади боковой и полной поверхности цилиндра</p>	<p><b>Свободно оперировать понятиями:</b> объём тела, площадь поверхности . <b>Формулировать</b> основные свойства объёмов . <b>Доказывать теоремы:</b> об объёме цилиндра; об объёме конуса . <b>Выводить</b> формулы для вычисления объёма усечённого конуса .</p>

Название раздела (темы) курса (количество часов)	Основное содержание	Основные виды деятельности учащихся
	<p>Вычисление объёмов тел с помощью определённого интеграла .            Объём конуса .            Площади боковой и полной поверхности конуса .            Stereометрические задачи, связанные с вычислением объёмов цилиндра, конуса .            Прикладные задачи по теме «Объёмы и площади поверхностей тел .            Объём шара и шарового сектора .            Теорема об объёме шара . Площадь сферы .            Stereометрические задачи, связанные с вычислением объёмов шара, шарового сегмента, шарового сектора .            Прикладные задачи по теме «Объёмы тел», связанные с объёмом шара и площадью сферы .            Соотношения между площадями поверхностей и объёмами подобных тел .            Подобные тела в пространстве .            Изменение объёма при подобии .</p>	<p><b>Исследовать</b> построенные модели, в том числе с использованием аппарата алгебры .  <b>Знать</b> возможности решения задач на построение циркулем и линейкой, о классических неразрешимых задачах .  <b>Свободно оперировать понятиями:</b> шаровой сегмент, шаровой слой, шаровой сектор, основание и высота сегмента, основание и высота шарового слоя .  <b>Выводить</b> формулы для нахождения объёмов шарового сегмента, шарового сектора, площади сферы .  <b>Доказывать</b> теорему об объёме шара .  <b>Решать</b> стереометрические задачи, связанные с объёмом шара, шарового сегмента, шарового сектора, площадью сферы .  <b>Сравнивать и анализировать</b> утверждения с целью выявления логически корректных и некорректных рассуждений .  <b>Анализировать и моделировать</b> на языке геометрии реальные ситуации, связанные с объёмом шара, шарового сегмента, шарового сектора, площадью сферы .  <b>Свободно оперировать понятием:</b> подобные тела в пространстве .</p>

	<p>Стереометрические задачи, связанные с вычислением объёмов тел и площадей поверхностей</p>	<p><b>Вычислять</b> объёмы тел с помощью определённого интеграла.</p> <p><b>Решать</b> стереометрические задачи, связанные с соотношениями между площадями поверхностей и объёмами подобных тел.</p> <p><b>Проводить</b> логически корректные <b>доказательные рассуждения</b> при решении геометрических задач, связанных с вычислением объёмов тел с помощью определённого интеграла, нахождением соотношения между площадями поверхностей и объёмами подобных тел.</p> <p><b>Анализировать</b> и <b>моделировать</b> на языке геометрии реальные ситуации, связанные с объёмами и поверхностями тел, на доказательство и нахождение геометрических величин</p>
<p><b>Повторение, обобщение и систематизация знаний (25 ч)</b></p>	<p>Обобщающее повторение понятий и методов курса геометрии 10–11 классов, систематизация знаний.</p> <p>История развития стереометрии как науки и её роль в развитии современных инженерных и компьютерных технологий</p>	<p><b>Решать</b> стереометрические задачи на доказательство математических отношений, нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объёмов).</p> <p><b>Использовать</b> при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы.</p> <p><b>Проводить</b> логически корректные <b>доказательные рассуждения</b> при решении стереометрических и планиметрических задач.</p> <p><b>Сравнивать и анализировать</b> реальные ситуации и выявлять возможность её моделирования на языке геометрии.</p> <p><b>Моделировать</b> реальную ситуацию на языке геометрии и <b>исследовать</b> построенные модели, в том числе и с использованием аппарата алгебры.</p>

Название раздела (темы) курса (количество часов)	Основное содержание	Основные виды деятельности учащихся
		<p><b>Использовать</b> компьютерные программы при решении задач .</p> <p><b>Получать представление</b> о геометрии как о развивающейся науке, исследующей окружающий мир, связанной с реальными объектами, помогающей решить реальные жизненные ситуации о роли стереометрии в развитии современных инженерных и компьютерных технологий</p>

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОГО КУРСА «ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА»

---

### ЦЕЛИ ИЗУЧЕНИЯ УЧЕБНОГО КУРСА

Учебный курс «Вероятность и статистика» углублённого уровня является продолжением и развитием одноименного учебного курса углублённого уровня основной школы. Курс предназначен для формирования у обучающихся статистической культуры и понимания роли теории вероятностей как математического инструмента для изучения случайных событий, величин и процессов. При изучении курса обогащаются представления учащихся о методах исследования изменчивого мира, развивается понимание значимости и общности математических методов познания как неотъемлемой части современного естественнонаучного мировоззрения.

Содержание курса направлено на закрепление знаний, полученных при изучении курса основной школы и на развитие представлений о случайных величинах и взаимосвязях между ними на важных примерах, сюжеты которых почерпнуты из окружающего мира. В результате у обучающихся должно сформироваться представление о наиболее употребительных и общих математических моделях, используемых для описания антропометрических и демографических величин, погрешностей в различных рода измерениях, длительности безотказной работы технических устройств, характеристик массовых явлений и процессов в обществе. Учебный курс является базой для освоения вероятностно-статистических методов, необходимых специалистам не только инженерных специальностей, но также социальных и психологических, поскольку современные общественные науки в значительной мере используют аппарат анализа больших данных. Центральную часть курса занимает обсуждение закона больших чисел — фундаментального закона природы, имеющего математическую формализацию.

В соответствии с указанными целями в структуре учебного курса «Вероятность и статистика» средней школы на углублённом уровне выделены основные содержательные линии: «Случайные события и вероятности» и «Случайные величины и закон больших чисел».

Помимо основных линий в курс включены элементы теории графов и теории множеств, необходимые для полноценного ос-

воения материала данного учебного курса и смежных математических учебных курсов .

Содержание линии «Случайные события и вероятности» служит основой для формирования представлений о распределении вероятностей между значениями случайных величин . Важную часть в этой содержательной линии занимает изучение геометрического и биномиального распределений и знакомство с их непрерывными аналогами — показательным и нормальными распределениями .

Темы, связанные с непрерывными случайными величинами и распределениями, акцентируют внимание школьников на описании и изучении случайных явлений с помощью непрерывных функций . Основное внимание уделяется показательному и нормальному распределениям .

В курсе предусматривается ознакомительное изучение связи между случайными величинами и описание этой связи с помощью коэффициента корреляции и его выборочного аналога . Эти элементы содержания развивают тему «Диаграммы рассеивания», изученную в основной школе, и во многом опираются на сведения из курсов алгебры и геометрии .

Ещё один элемент содержания, который предлагается на ознакомительном уровне — последовательность случайных независимых событий, наступающих в единицу времени . Ознакомление с распределением вероятностей количества таких событий носит развивающий характер и является актуальным для будущих абитуриентов, поступающих на учебные специальности, связанные с общественными науками, психологией и управлением .

## МЕСТО КУРСА В УЧЕБНОМ ПЛАНЕ

В учебном плане на изучение учебного курса «Вероятность и статистика» на углублённом уровне отводится 1 учебный час в неделю в течение каждого года обучения, всего 70 учебных часов .

## ПЛАНИРУЕМЫЕ ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ (ПО ГОДАМ ОБУЧЕНИЯ)

Освоение учебного курса «Вероятность и статистика» на уровне среднего общего образования должно обеспечивать достижение следующих предметных образовательных результатов:

## 10 класс

- 6 Свободно оперировать понятиями: граф, плоский граф, связный граф, путь в графе, цепь, цикл, дерево, степень вершины, дерево случайного эксперимента.
- 6 Свободно оперировать понятиями: случайный эксперимент (опыт), случайное событие, элементарное случайное событие (элементарный исход) случайного опыта; находить вероятности событий в опытах с равновозможными элементарными событиями.
- 6 Находить и формулировать события: пересечение, объединение данных событий, событие, противоположное данному; использовать диаграммы Эйлера, координатную прямую для решения задач; пользоваться формулой сложения вероятностей для вероятностей двух и трёх случайных событий.
- 6 Оперировать понятиями: условная вероятность, умножение вероятностей, независимые события, дерево случайного эксперимента; находить вероятности событий с помощью правила умножения, дерева случайного опыта, использовать формулу полной вероятности, формулу Байеса при решении задач; определять независимость событий по формуле и по организации случайного эксперимента.
- 6 Применять изученные комбинаторные формулы для перечисления элементов множеств, элементарных событий случайного опыта, решения задач по теории вероятностей.
- 6 Свободно оперировать понятиями: бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача, независимые испытания, серия испытаний; находить вероятности событий: в серии испытаний до первого успеха; в серии испытаний Бернулли; в опыте, связанном со случайным выбором из конечной совокупности.
- 6 Свободно оперировать понятиями: случайная величина, распределение вероятностей, диаграмма распределения, бинарная случайная величина, геометрическое, биномиальное распределение.

## 11 класс

- 6 Оперировать понятиями: совместное распределение двух случайных величин; использовать таблицу совместного распределения двух случайных величин для выделения распределения каждой величины, определения независимости случайных величин.

- 6 Свободно оперировать понятием математического ожидания случайной величины (распределения); применять свойства математического ожидания при решении задач; вычислять математическое ожидание биномиального и геометрического распределений .
- 6 Свободно оперировать понятиями: дисперсия, стандартное отклонение случайной величины; применять свойства дисперсии случайной величины (распределения) при решении задач; вычислять дисперсию и стандартное отклонение геометрического и биномиального распределений .
- 6 Вычислять выборочные характеристики по данной выборке и оценивать характеристики генеральной совокупности данных по выборочным характеристикам . Оценивать вероятности событий и проверять простейшие статистические гипотезы, пользуясь изученными распределениями .

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО КУРСА (ПО ГОДАМ ОБУЧЕНИЯ)

### 10 класс

Граф, связный граф, пути в графе: циклы и цепи . Степень (валентность) вершины . Графы на плоскости . Деревья .

Случайные эксперименты (опыты) и случайные события . Элементарные события (исходы) . Вероятность случайного события . Близость частоты и вероятности событий . Случайные опыты с равновероятными элементарными событиями .

Операции над событиями: пересечение, объединение, противоположные события . Диаграммы Эйлера . Формула сложения вероятностей .

Условная вероятность . Умножение вероятностей . Дерево случайного эксперимента . Формула полной вероятности . Формула Байеса . Независимые события .

Бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача . Независимые испытания . Серия независимых испытаний до первого успеха . Перестановки и факториал . Число сочетаний . Треугольник Паскаля . Формула бинома Ньютона .

Серия независимых испытаний Бернулли . Случайный выбор из конечной совокупности .

Случайная величина . Распределение вероятностей . Диаграмма распределения . Операции над случайными величинами . Бинарная случайная величина . Примеры распределений, в том числе геометрическое и биномиальное .

## 11 класс

Совместное распределение двух случайных величин . Независимые случайные величины .

Математическое ожидание случайной величины (распределения) . Примеры применения математического ожидания (страхование, лотерея) . Математическое ожидание бинарной случайной величины . Математическое ожидание суммы случайных величин . Математическое ожидание геометрического и биномиального распределений .

Дисперсия и стандартное отклонение случайной величины (распределения) . Дисперсия бинарной случайной величины . Математическое ожидание произведения и дисперсия суммы независимых случайных величин . Дисперсия и стандартное отклонение биномиального распределения . Дисперсия и стандартное отклонение геометрического распределения .

Неравенство Чебышёва . Теорема Чебышёва . Теорема Бернулли . Закон больших чисел . Выборочный метод исследований . Выборочные характеристики . Оценивание вероятности события по выборочным данным . Проверка простейших гипотез с помощью изученных распределений .

Непрерывные случайные величины . Примеры . Функция плотности вероятности распределения . Равномерное распределение и его свойства . Задачи, приводящие к показательному распределению . Задачи, приводящие к нормальному распределению . Функция плотности вероятности показательного распределения, функция плотности вероятности нормального распределения . Функция плотности и свойства нормального распределения .

Последовательность одиночных независимых событий . Задачи, приводящие к распределению Пуассона .

Ковариация двух случайных величин . Коэффициент линейной корреляции . Совместные наблюдения двух величин . Выборочный коэффициент корреляции . Различие между линейной связью и причинно-следственной связью . Линейная регрессия, метод наименьших квадратов .

## 10 класс (не менее 35 ч)

Название раздела (темы) (количество часов)	Основное содержание	Основные виды деятельности обучающихся
Элементы теории графов (3 ч)	Граф, связный граф, представление задачи с помощью графа . Степень (валентность) вершины . Путь в графе . Цепи и циклы . Графы на плоскости . Дерево случайного эксперимента	<p><b>Представлять</b> объекты и связи между ними с помощью графа, находить пути между вершинами графа .</p> <p><b>Выделять</b> в графе цепи и циклы .</p> <p><b>Строить</b> дерево по описанию случайного опыта, описывать случайные события в терминах дерева .</p> <p><b>Решать</b> задачи с помощью графов</p>
Случайные опыты, случайные события вероятности событий (3 ч)	Случайные эксперименты (опыты) и случайные события . Элементарные события (исходы) . Вероятность случайного события . Вероятности событий в опытах с равновероятными элементарными событиями	<p><b>Выделять и описывать</b> случайные события в случайном опыте .</p> <p><b>Формулировать</b> условия проведения случайного опыта .</p> <p><b>Находить</b> вероятности событий в опытах с равновероятными элементарными исходами</p>
Операции над множествами и событиями. Сложение и умножение вероятностей. Условная вероятность. Независимые события (5 ч)	Пересечение, объединение множеств и событий, противоположные события . Формула сложения вероятностей Условная вероятность . Умножение вероятностей . Формула условной вероятности . Формула полной вероятности . Формула Байеса . Независимые события	<p><b>Использовать</b> диаграммы Эйлера и вербальное описание событий при выполнении операций над событиями .</p> <p><b>Оценивать</b> изменение вероятностей событий по мере наступления других событий в случайном опыте .</p> <p><b>Решать</b> задачи, в том числе с использованием дерева случайного опыта, формул сложения и умножения вероятностей</p>

<p><b>Элементы комбинаторики (3 ч)</b></p>	<p>Комбинаторное правило умножения . Перестановки и факториал . Число сочетаний . Треугольник Паскаля . Формула бинома Ньютона</p>	<p><b>Формулировать</b> и доказывать комбинаторные факты .  <b>Использовать</b> правило умножения, изученные комбинаторные формулы для перечисления элементов различных множеств, в том числе элементарных событий в случайном опыте .  <b>Пользоваться</b> формулой и треугольником Паскаля для определения числа сочетаний .  <b>Применять</b> формулу бинома Ньютона для преобразования выражений</p>
<p><b>Серии последовательных испытаний. Испытания Бернулли. Случайный выбор из конечной совокупности (5 ч)</b></p>	<p>Бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача . Независимые испытания . Серия независимых испытаний до первого успеха . Серия независимых испытаний Бернулли . Случайный выбор из конечной совокупности .          Практическая работа с использованием электронных таблиц</p>	<p><b>Разбивать</b> сложные эксперименты на отдельные испытания .  <b>Решать</b> задачи на поиск вероятностей событий в серии испытаний до первого успеха и в сериях испытаний Бернулли, а также в опытах со случайным выбором из конечной совокупности с использованием комбинаторных фактов и формул, в том числе в ходе практической работы с применением стандартных функций</p>
<p><b>Случайные величины и распределения (16 ч)</b></p>	<p>Случайная величина . Распределение вероятностей . Диаграмма распределения . Операции над случайными величинами . Примеры распределений . Бинарная случайная величина . Геометрическое распределение . Биномиальное распределение . Математическое</p>	<p><b>Осваивать</b> понятия: случайная величина, распределение, таблица распределения, диаграмма распределения .  <b>Находить</b> значения суммы и произведения случайных величин .  <b>Строить</b> бинарные распределения по описанию событий в случайных опытах .</p>

Название раздела (темы) (количество часов)	Основное содержание	Основные виды деятельности обучающихся
	<p>ожидание случайной величины . Совместное распределение двух случайных величин . Независимые случайные величины . Свойства математического ожидания . Математическое ожидание бинарной случайной величины . Математическое ожидание геометрического и биномиального распределений . Дисперсия и стандартное отклонение . Дисперсия бинарной случайной величины . Свойства дисперсии . Математическое ожидание произведения и дисперсия суммы независимых случайных величин . Дисперсия биномиального распределения . Практическая работа с использованием электронных таблиц</p>	<p><b>Строить</b> и распознавать геометрическое и биномиальное распределения .  <b>Решать</b> задачи на вычисление математического ожидания .  <b>Строить</b> совместные распределения .  <b>Изучать</b> свойства математического ожидания .  <b>Решать</b> задачи с помощью изученных свойств .  По изученным формулам <b>находить</b> математические ожидания случайных величин, имеющих геометрическое и биномиальное распределения  <b>Осваивать</b> понятия: дисперсия, стандартное отклонение случайной величины .  <b>Находить</b> дисперсию по распределению .  <b>Изучать</b> свойства дисперсии .  По изученным формулам <b>находить</b> дисперсию биномиального распределения, в том числе в ходе практической работы</p>

## 11 класс (не менее 35 ч)

Название раздела (темы) (количество часов)	Основное содержание	Основные виды деятельности обучающихся
<b>Закон больших чисел</b> (5 ч)	Неравенство Чебышёва . Теорема Чебышёва . Теорема Бернулли . Закон больших чисел . Выборочный метод исследований . Практическая работа с использованием электронных таблиц	<b>Разбирать</b> доказательства теорем . <b>Осваивать</b> выборочный метод исследований, в том числе в ходе практической работы
<b>Элементы математической статистики</b> (6 ч)	Генеральная совокупность и случайная выборка . Знакомство с выборочными характеристиками . Оценка среднего и дисперсии генеральной совокупности с помощью выборочных характеристик . Оценивание вероятностей событий по выборке . Статистическая гипотеза . Проверка простейших гипотез с помощью свойств изученных распределений . Практическая работа с использованием электронных таблиц	<b>Осваивать</b> понятия: генеральная совокупность, выборка, выборочное среднее и выборочная дисперсия . <b>Вычислять</b> выборочные характеристики и на их основе оценивать характеристики генеральной совокупности . <b>Осваивать понятия:</b> статистическая гипотеза . <b>Оценивать вероятность</b> событий и проверять простейшие гипотезы на основе выборочных данных, в том числе в ходе практической работы

<p align="center"><b>Название раздела (темы) (количество часов)</b></p>	<p align="center"><b>Основное содержание</b></p>	<p align="center"><b>Основные виды деятельности обучающихся</b></p>
<p><b>Непрерывные случайные величины (распределения), показательное и нормальное распределения (4 ч)</b></p>	<p>Примеры непрерывных случайных величин . Функция плотности вероятности . Равномерное распределение . Примеры задач, приводящих к показательному и к нормальному распределениям . Функция плотности вероятности показательного распределения . Функция плотности вероятности нормального распределения</p>	<p><b>Знакомиться понятиями:</b> непрерывная случайная величина, непрерывное распределение, функция плотности вероятности .  <b>Находить</b> вероятности событий по данной функции плотности .  <b>Знакомиться с понятиями:</b> показательное распределение, нормальное распределение .  <b>Выделять</b> по описанию случайные величины, распределенные по показательному закону, по нормальному закону .  <b>Разбирать</b> примеры задач, приводящих к показательному распределению и к нормальному распределению</p>
<p><b>Распределение Пуассона (2 ч)</b></p>	<p>Последовательность одиночных независимых событий . Пример задачи, приводящей к распределению Пуассона .          Практическая работа с использованием электронных таблиц</p>	<p><b>Выделять</b> по описанию случайного опыта величины, распределенные по закону Пуассона .  <b>Решать</b> задачи, в том числе в ходе практической работы с применением стандартных функций электронных таблиц</p>
<p><b>Связь между случайными величинами (6 ч)</b></p>	<p>Ковариация двух случайных величин . Коэффициент корреляции . Совместные наблюдения двух величин . Выборочный коэффициент корреляции . Различие</p>	<p><b>Осваивать</b> понятия: ковариация, коэффициент корреляции, линейная зависимость .  <b>Оценивать</b> характер связи между случайными величинами, исходя из природы данных и вычисленных характеристик .</p>

	<p>между линейной связью и причинно-следственной связью . Линейная регрессия . Практическая работа с использованием электронных таблиц</p>	<p><b>Использовать</b> диаграммы рассеивания для изображения совместного рассеивания данных . <b>Находить</b> коэффициенты оси диаграммы, в том числе в ходе практической работы с применением стандартных функций</p>
<p><b>Обобщение и систематизация знаний</b> <b>(11 ч)</b></p>	<p>Представление данных с помощью таблиц и диаграмм, описательная статистика, опыты с равновероятными элементарными событиями, вычисление вероятностей событий с применением формул и графических методов (координатная прямая, дерево, диаграмма Эйлера), случайные величины и распределения, математическое ожидание случайной величины</p>	<p><b>Повторять</b> изученное и выстраивать систему знаний</p>